

# MATEMATIKA EKONOMI

Disusun Oleh

Enggar Prasetyawan, S.Pd., M.Pd.

Dameis Surya Anggara, S.Pd., M.Pd.

Kusworo, S.Pd., M.Pd.



Jl. Surya Kencana No. 1 Pamulang  
Gd. A, Ruang 211 Universitas Pamulang  
Tangerang Selatan – Banten

## **MATEMATIKA EKONOMI**

### **Penulis:**

Enggar Prasetyawan, S.Pd., M.Pd.

Dameis Surya Anggara, S.Pd., M.Pd

Kusworo, S.Pd., M.Pd.

**ISBN: 978-602-5867-40-8**

### **Editor:**

Saiful Anwar, S.Pd., S.E., M.Pd.

### **Penyunting:**

Ubaid Alfaruq, S.Pd., M.Pd.

### **Desain Sampul:**

Ubaid Alfaruq, S.Pd., M.Pd.

### **Penerbit:**

UNPAM PRESS

### **Redaksi:**

Jl. Surya Kencana No. 1

Pamulang – Tangerang Selatan

Telp. 021 7412566

Fax. 021 74709855

Email : unpampress@unpam.ac.id

### **Cetakan pertama, 2 Mei 2019**

Hak cipta dilindungi undang-undang

Dilarang memperbanyak karya tulis ini dalam bentuk dan cara apapun tanpa ijin penerbit

## LEMBAR IDENTITAS ARSIP

### Data Publikasi Unpam Press

I Lembaga Pengembangan Pendidikan dan Pembelajaran

Universitas Pamulang

Gedung A. R.211 Kampus 1 Universitas Pamulang

Jalan Surya Kencana No.1, Pamulang Barat, Tangerang Selatan, Banten.

Website : [www.unpam.ac.id](http://www.unpam.ac.id) | email : [unpampress@unpam.ac.id](mailto:unpampress@unpam.ac.id)

Matematika Ekonomi / Enggar Prasetyawan, S.Pd., M.Pd., Dameis Surya  
Anggara, S.Pd., M.Pd, Kusworo, S.Pd., M.Pd. -1<sup>st</sup>ed.

**ISBN 978-602-5867-40-8**

I. Matematika Ekonomi II. Enggar Prasetyawan III. Dameis Surya  
Anggara IV. Kusworo

**M032-02052019-1**

**Ketua Unpam Press** : Sewaka

**Koordinator Editorial** : Aeng Muhidin, Ali Madinsyah

**Koordinator Bidang Hak Cipta** : Susanto

**Koordinator Produksi** : Pranoto

**Koordinator Publikasi dan Dokumentasi** : Ubaid AL Faruq

**Desain Cover** : Ubaid Al Faruq

**Cetakan pertama, 2 Mei 2019**

Hak cipta dilindungi undang-undang. Dilarang menggandakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh buku ini dalam bentuk dan dengan cara apapun tanpa ijin penerbit.

## MATEMATIKA EKONOMI

### IDENTITAS MATA KULIAH

Program Studi : S-1 Pendidikan Ekonomi

Mata Kuliah/ Kode : Matematika Ekonomi/ PIE0093

Jumlah SKS : 3

Prasyarat :

Deskripsi Mata Kuliah : Kuliah wajib prodi yang bersifat wajib ditempuh mahasiswa Program Studi S1 Pendidikan Ekonomi FKIP UNPAM. Capaian pembelajaran mata kuliah ini yaitu: Mahasiswa mampu memahami dan terampil dalam mengaplikasikan ilmu matematika dalam menyelesaikan masalahmasalah ekonomi melalui pembelajaran berbasis masalah. Cakupan Materi Matematika Ekonomi yaitu: 1) Himpunan, 2) Sistem Bilangan Riil dan Pertidaksamaan, 3) Fungsi Linier dan aplikasi dalam ekonomi seperti fungsi linier pada permintaan, penawaran, dan keseimbangan pasar, fungsi pajak dan subsidi, fungsi konsumsi dan tabungan, 4) Barisan dan Deret dan aplikasi dalam ekonomi seperti : bunga majemuk, 5) Fungsi Kuadrat dan aplikasi dalam ekonomi seperti: fungsi kuadrat permintaan dan penawaran, fungsi penerimaan total, 6) Fungsi Eksponen dan Logaritma serta aplikasi dalam ekonomi seperti : fungsi pertumbuhan, 7) Turunan dan aplikasi dalam ekonomi seperti elastisitas harga. Tugas yang wajib dikerjakan oleh mahasiswa yang sedang menempuh mata kuliah

ini yaitu menganalisis dan menyelesaikan masalah-masalah ekonomi melalui matematika.

Capaian Pembelajaran : Setelah mengikuti mata kuliah Matematika Ekonomi mahasiswa mampu memahami dan terampil dalam mengaplikasikan ilmu matematika dalam menyelesaikan masalah-masalah ekonomi melalui pembelajaran berbasis masalah :

Penyusun : Enggar Prasetyawan, S.Pd., M.Pd.  
Dameis Surya Anggara, S.Pd., M.Pd.  
Kusworo, S.Pd., M.Pd.

Mengetahui  
Ketua Program Studi

Ketua Tim Penyusun

Saiful Anwar, S.Pd., S.E., M.Pd.  
NIDN. 0426048503

Enggar Prasetyawan, S.Pd., M.Pd.  
NIDN. 0414069002

## PRAKATA

Segala puji dan syukur kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmatNya. Berkat karunia-Nya, penulis dapat menyelesaikan modul yang berjudul “Matematika Ekonomi”. Modul ini disusun sebagai usaha untuk meningkatkan mutu lulusan mahasiswa pendidikan ekonomi dan menjawab kebingungan mahasiswa dalam memahami buku teks lain.

Modul ini berisikan materi matematika dan aplikasinya terhadap ekonomi. Adapun struktur pokok modul ini terdiri dari tujuan pembelajaran, uraian materi, dan latihan. Tujuan pembelajaran digunakan untuk mengetahui arah atau tujuan mempelajari materi tertentu. Uraian materi digunakan untuk pemberian informasi/ pengetahuan kepada mahasiswa. Latihan digunakan untuk menguji kemampuan mahasiswa terhadap materi yang telah diperoleh.

Penulis sadar bahwa dalam modul ini masih terdapat kekurangan, baik isi maupun tulisan. Oleh karena itu, kritik dan saran yang bersifat membangun dari semua pihak sangat penulis harapkan. Semoga hasil penulisan modul ini bermanfaat dan dapat memberikan kontribusi bagi pengembangan ilmu pengetahuan.

Tangerang Selatan, 22 Maret 2019

Penulis

Enggar Prasetyawan, S.Pd., M.Pd.

NIDN. 0414069002

## DAFTAR ISI

<b>COVER DALAM</b> .....	i
<b>LEMBAR IDENTITAS PENERBITAN</b> .....	ii
<b>IDENTITAS MATA KULIAH</b> .....	iii
<b>PRAKATA</b> .....	iv
<b>DAFTAR ISI</b> .....	v
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	vi
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	vii
<b>PERTEMUAN 1: HIMPUNAN</b> .....	1
A. TUJUAN PEMBELAJARAN .....	1
B. URAIAN MATERI .....	1
C. LATIHAN .....	6
D. DAFTAR PUSTAKA .....	7
<b>PERTEMUAN 2: SISTEM BILANGAN RIIL DAN PERTIDAKSAMAAN</b> ...	8
A. TUJUAN PEMBELAJARAN .....	8
B. URAIAN MATERI .....	8
C. LATIHAN .....	20
D. DAFTAR PUSTAKA .....	20
<b>PERTEMUAN 3 : FUNGSI LINIER</b> .....	21
A. TUJUAN PEMBELAJARAN .....	21
B. URAIAN MATERI .....	21
C. LATIHAN .....	26
D. DAFTAR PUSTAKA .....	27
<b>PERTEMUAN 4: FUNGSI LINIER PERMINTAAN, PENAWARAN, DAN KESEIMBANGAN PASAR</b> .....	28
A. TUJUAN PEMBELAJARAN .....	28
B. URAIAN MATERI .....	28
C. LATIHAN .....	43
D. DAFTAR PUSTAKA .....	43

<b>PERTEMUAN 5: FUNGSI LINIER PADA PAJAK</b> .....	44
A. TUJUAN PEMBELAJARAN .....	44
B. URAIAN MATERI .....	44
C. LATIHAN .....	52
D. DAFTAR PUSTAKA .....	52
<b>PERTEMUAN 6: FUNGSI LINIER PADA SUBSIDI</b> .....	53
A. TUJUAN PEMBELAJARAN .....	53
B. URAIAN MATERI .....	53
C. LATIHAN .....	61
D. DAFTAR PUSTAKA .....	61
<b>PERTEMUAN 7: FUNGSI LINIER PADA KONSUMSI TABUNGAN</b> .....	62
A. TUJUAN PEMBELAJARAN .....	62
B. URAIAN MATERI .....	62
C. LATIHAN .....	71
D. DAFTAR PUSTAKA .....	71
<b>PERTEMUAN 8 : BARISAN</b> .....	72
A. TUJUAN PEMBELAJARAN .....	72
B. URAIAN MATERI .....	72
C. LATIHAN .....	78
D. DAFTAR PUSTAKA .....	79
<b>PERTEMUAN 9 : DERET</b> .....	80
A. TUJUAN PEMBELAJARAN .....	80
B. URAIAN MATERI .....	80
C. LATIHAN .....	85
D. DAFTAR PUSTAKA .....	85
<b>PERTEMUAN 10 : BUNGA MAJEMUK</b> .....	87
A. TUJUAN PEMBELAJARAN .....	87
B. URAIAN MATERI .....	87
C. LATIHAN .....	89
D. DAFTAR PUSTAKA .....	89

<b>PERTEMUAN 11 : FUNGSI KUADRAT</b> .....	90
A. TUJUAN PEMBELAJARAN .....	90
B. URAIAN MATERI .....	90
C. LATIHAN .....	95
D. DAFTAR PUSTAKA .....	96
<b>PERTEMUAN 12 : FUNGSI KUADRAT PADA PERMINTAAN</b> .....	97
A. TUJUAN PEMBELAJARAN .....	97
B. URAIAN MATERI .....	97
C. LATIHAN .....	102
D. DAFTAR PUSTAKA .....	102
<b>PERTEMUAN 13 : FUNGSI KUADRAT PADA PENAWARAN</b> .....	104
A. TUJUAN PEMBELAJARAN .....	104
B. URAIAN MATERI .....	104
C. LATIHAN .....	109
D. DAFTAR PUSTAKA .....	109
<b>PERTEMUAN 14 : PENERIMAAN TOTAL</b> .....	110
A. TUJUAN PEMBELAJARAN .....	110
B. URAIAN MATERI .....	110
C. LATIHAN .....	115
D. DAFTAR PUSTAKA .....	115
<b>PERTEMUAN 15 : FUNGSI EKSPONEN DAN LOGARITMA</b> .....	116
A. TUJUAN PEMBELAJARAN .....	116
B. URAIAN MATERI .....	116
C. LATIHAN .....	123
D. DAFTAR PUSTAKA .....	123
<b>PERTEMUAN 16 : FUNGSI PERTUMBUHAN</b> .....	124
A. TUJUAN PEMBELAJARAN .....	124
B. URAIAN MATERI .....	124
C. LATIHAN .....	129
D. DAFTAR PUSTAKA .....	130

<b>PERTEMUAN 17: TURUNAN</b> .....	131
A. TUJUAN PEMBELAJARAN .....	131
B. URAIAN MATERI .....	131
C. LATIHAN .....	139
D. DAFTAR PUSTAKA .....	139
<b>PERTEMUAN 18 : ELASTISITAS HARGA</b> .....	141
A. TUJUAN PEMBELAJARAN .....	141
B. URAIAN MATERI .....	141
C. LATIHAN .....	149
D. DAFTAR PUSTAKA .....	150
<b>GLOSARIUM</b> .....	151
<b>DAFTAR PUSTAKA</b> .....	152

## DAFTAR TABEL

Tabel 2.1: Contoh Interval Hingga .....	11
Tabel 2.2: Contoh Interval Tak Hingga.....	12
Tabel 10.1: Future Value .....	80

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1: Himpunan Bilangan Kompleks .....	8
Gambar 3.1: Contoh Kurva Fungsi Linier 1 .....	19
Gambar 3.2: Contoh Kurva Fungsi Linier 2 .....	20
Gambar 4.1: Contoh Kurva Fungsi Linier Permintaan .....	26
Gambar 4.2: Contoh Kurva Fungsi Linier Penawaran .....	32
Gambar 4.3: Contoh Kurva Fungsi Keseimbangan Pasar .....	36
Gambar 5.1: Contoh Kurva Fungsi Keseimbangan Pasar Sebelum dan Setelah Pajak .....	42
Gambar 6.1: Contoh Kurva Fungsi Keseimbangan Pasar Sebelum dan Setelah Subsidi .....	51
Gambar 7.1: Contoh Kurva Fungsi Konsumsi .....	60
Gambar 7.2: Contoh Kurva Fungsi Tabungan .....	64
Gambar 7.3: Contoh Kurva BEP .....	66
Gambar 11.1 : Contoh Kurva Fungsi Kuadrat 1 .....	84
Gambar 11.2 : Contoh Kurva Fungsi Kuadrat 2 .....	85
Gambar 12.1 : Contoh Kurva Fungsi Kuadrat Permintaan 1 .....	90
Gambar 12.2 : Contoh Kurva Fungsi Kuadrat Permintaan 2 .....	90
Gambar 13.1 : Contoh Kurva Fungsi Kuadrat Penawaran 1 .....	96
Gambar 13.2 : Contoh Kurva Fungsi Kuadrat Penawaran 2 .....	96
Gambar 14.1 : Contoh Kurva Penerimaan Total .....	102
Gambar 15.1 : Contoh Kurva Fungsi Logaritma 1 .....	111
Gambar 15.2 : Contoh Kurva Fungsi Logaritma 2 .....	112
Gambar 16.1 : Contoh Kurva Gompertz.....	116
Gambar 15.2 : Contoh Kurva Belajar .....	117



**PERTEMUAN  
KE 1**

# HIMPUNAN

---

---

## **A. TUJUAN PEMBELAJARAN**

Setelah mempelajari materi ini, mahasiswa mampu :

1. Menjelaskan konsep himpunan
  2. Menjelaskan hubungan antar himpunan
  3. Menghitung operasi himpunan
- 

## **B. URAIAN MATERI**

### **1. KONSEP HIMPUNAN**

#### **a. Pengertian**

Sebelum dijelaskan tentang pengertian himpunan, akan disajikan contoh- contoh dari himpunan dan contoh- contoh dari bukan himpunan. Berikut ini contoh himpunan dan bukan himpunan :

- 1) Kumpulan hewan berkaki empat. (himpunan)
- 2) Kumpulan warna lampu lalu lintas. (himpunan)
- 3) Kelompok wanita cantik. (bukan himpunan)

Kumpulan hewan berkaki dua memiliki anggota himpunan diantaranya kambing, kucing, gajah, dst. Kumpulan warna lampu lalu lintas memiliki anggota himpunan diantaranya merah, kuning, dan hijau. Kedua kumpulan tersebut termasuk himpunan karena dengan jelas dapat ditentukan anggota-anggotanya.

Berbeda dengan kumpulan wanita cantik, yang anggota-anggotanya sangat sulit disebutkan, karena “cantik” memiliki definisi yang sangat luas dan berbeda-beda sesuai selera individu masing-masing. Jadi kumpulan wanita cantik bukan termasuk himpunan.

Berdasarkan uraian di atas, dapat disimpulkan bahwa *Himpunan* adalah kumpulan benda atau objek yang dapat didefinisikan dengan

jelas, sehingga dengan tepat dapat diketahui objek yang termasuk himpunan dan yang tidak termasuk dalam himpunan tersebut.

## b. Notasi dan Anggota Himpunan

Suatu himpunan dapat diberi nama atau dilambangkan dengan huruf besar (kapital) A, B, C, D, E ..., Z. Benda atau objek yang termasuk dalam suatu himpunan disebut anggota himpunan atau elemen ( $\in$ ) dan benda atau objek yang tidak termasuk dalam suatu himpunan dikatakan *bukan anggota* himpunan ( $\notin$ ). Adapun cara menulis anggota-anggota himpunan adalah dengan menggunakan pasangan kurung kurawal {...}.

Contoh :

A adalah himpunan bilangan prima kurang dari 11, jika ditulis dengan notasi himpunan akan menjadi  $A = \{2, 3, 5, 7\}$ .

Berdasarkan contoh di atas, angka 2, 3, 5, dan 7 adalah anggota dari himpunan, ditulis  $2 \in A$ ;  $3 \in A$ ;  $5 \in A$ ;  $7 \in A$

Angka selain 2, 3, 5, dan 7 bukan merupakan anggota himpunan, seperti 11, 17, dst, ditulis  $11 \notin A$ ;  $17 \notin A$

## c. Menyatakan Suatu Himpunan

Berikut ini disajikan contoh beberapa cara menyatakan suatu himpunan :

- 1) P adalah himpunan bilangan prima antara 5 dan 37
- 2)  $P = \{5 < x < 40, x \in \text{bilangan prima}\}$
- 3)  $P = \{7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31\}$

Berdasarkan contoh di atas, dapat diketahui cara menyatakan himpunan terbagi menjadi 3, yaitu :.

- 1) Dengan Kata-Kata

Dengan cara menyebutkan semua syarat/sifat keanggotaannya.

Contoh: P adalah himpunan bilangan prima antara 5 dan 37

2) Dengan notasi pembentuk himpunan.

Menyatakan suatu himpunan dengan cara menggunakan suatu peubah. Peubah yang biasa digunakan adalah  $x$  atau  $y$ .

Contoh:  $P = \{5 < x < 40, x \in \text{bilangan prima}\}$

3) Dengan mendaftar anggota-anggotanya.

yaitu dengan menyebutkan anggota-anggotanya, menuliskannya dengan menggunakan kurung kurawal, dan anggota-anggotanya dipisahkan dengan tanda koma.

**Contoh:**  $P = \{7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31\}$

## 2. HUBUNGAN ANTAR HIMPUNAN

Perhatikan contoh himpunan di bawah ini :

$$A = \{3, 5, 7, 11, 13\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$C = \{6, 7, 8, 9, 10, 11\}$$

$$D = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

Berdasarkan tiga himpunan A, B, dan C di atas dapat diketahui bahwa

- Himpunan A dan himpunan B memiliki beberapa anggota yang sama yaitu  $\{3, 5\}$ ”.
- Himpunan B dan himpunan C tidak memiliki anggota-anggota yang sama.
- Himpunan B dan himpunan D memiliki anggota yang sama

Jadi hubungan antar himpunan dibedakan menjadi 2, yaitu hubungan saling lepas, dan hubungan tidak saling lepas. Berikut ini penjelasannya :

### a. Hubungan Saling Lepas

Dua himpunan dapat dikatakan saling lepas atau saling asing jika kedua himpunan tersebut tidak mempunyai anggota persekutuan.

Contoh :

Diketahui dua himpunan sebagai berikut:

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$C = \{6, 7, 8, 9, 10, 11\}$$

Apakah kedua himpunan tersebut saling lepas?

Jawab:

Antara himpunan B dan C saling lepas karena di himpunan B tidak ada anggota yang di himpunan C.

#### **b. Hubungan Tidak Saling Lepas (berpotongan)**

Dua himpunan dapat dikatakan tidak saling lepas (berpotongan) jika mempunyai anggota persekutuan, tetapi masih ada sisa anggota lainnya yang tidak memiliki persekutuan.

Contoh :

Diketahui dua himpunan sebagai berikut:

$$A = \{3, 5, 7, 11, 13\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

Apakah himpunan tersebut tidak saling lepas?

Jawab:

Pada himpunan A ada anggotanya yang ada di anggota B yaitu 3 sehingga himpunan A dan B tidak saling lepas.

#### **c. Hubungan Sama**

Dua himpunan dikatakan sama, apabila kedua himpunan mempunyai anggota yang tepat sama

Contoh

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$D = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

Antara himpunan B dan himpunan D anggotanya sama sehingga  $A = D$

### **3. OPERASI HIMPUNAN**

Berikut ini dijelaskan mengenai operasi himpunan

#### **a. Irisan Dua Himpunan**

*Irisan (interseksi)* dua himpunan adalah suatu himpunan yang anggotanya merupakan anggota persekutuan dari dua himpunan tersebut. Irisan himpunan A dan B dinotasikan sebagai berikut

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ dan } x \in B\}$$

**Contoh :**

Diketahui dua himpunan sebagai berikut

$$A = \{3, 5, 7, 11\}$$

$$B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

Tentukan irisan dari kedua himpunan tersebut!

Jawab:

Karena anggota yang sama di himpunan A dan B yang sama yaitu 3 dan 5, maka himpunan A irisan himpunan B ditulis dengan  $A \cap B = \{3, 5\}$

**b. Gabungan Dua Himpunan**

gabungan dua himpunan A dan B adalah suatu himpunan yang anggotanya merupakan anggota A, dan B. Gabungan himpunan A dan B dinotasikan sebagai berikut.

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ atau } x \in B\}$$

Gabungan atau disebut juga Union.

Contoh:

Diketahui himpunan sebagai berikut

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5\},$$

Tentukan gabungan dari kedua himpunan tersebut!

Jawab:

Gabungan antara himpunan A dan B dengan dengan anggota yang berbeda ditulis semua dan yang sama ditulis hanya sekali, maka

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 9\}$$

**c. Selisih Dua Himpunan**

Selisih (*difference*) dua himpunan A dan B adalah himpunan yang anggotanya semua anggota dari A tetapi bukan anggota dari B. Selisih

himpunan A dan B dinotasikan dengan  $A - B$  atau  $A \setminus B$ . Selisih himpunan A dan B dinotasikan sebagai berikut.

$$A - B = \{x \mid x \in A, x \notin B\}$$

Contoh :

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

Anggota himpunan A yang tidak ada di himpunan B yaitu 7 dan 9, maka

$$A - B = \{7, 9\}$$

#### d. Komplemen Suatu Himpunan

Komplemen himpunan A adalah suatu himpunan yang anggota-anggotanya merupakan anggota S tetapi bukan anggota A. Komplemen suatu himpunan A dinotasikan sebagai berikut :

$$A^C = \{x \mid x \in S \text{ dan } x \notin A\}$$

Contoh :

Diketahui himpunan A yaitu

$$A = \{2, 4, 6, 8\}$$

dan himpunan semesta

$$S = \{10, 12, 14, 16, 18, 20\}$$

Tentukanlah hasil dari himpunan A dikomplemenkan!

Penyelesaian:

Dikarenakan pada himpunan Semesta tidak ada anggota himpunan A maka himpunan A komplemen yaitu

$$A^C = \{10, 12, 14, 16, 18, 20\}$$

### **C.LATIHAN**

**Jawablah pertanyaan di bawah ini dengan uraian yang tepat !**

1. Diketahui himpunan- himpunan berikut ini :

$$S = \{\text{bilangan cacah kurang dari } 15\};$$

$A = \{x \mid x < 10, x \in S\}$ ; dan

$B = \{x \mid x \geq 6, x \in S\}$ .

Nyatakan himpunan-himpunan berikut dengan mendaftar anggota-anggotanya.

- |                   |                    |
|-------------------|--------------------|
| a. $A^c$          | e. $A \cap B^c$    |
| b. $B^c$          | f. $A \setminus B$ |
| c. $(A \cap B)^c$ | g. $B \setminus A$ |
| d. $(A \cup B)^c$ | h. $S \setminus A$ |

2. Diketahui himpunan-himpunan berikut.

$A = \{x \mid x < 8, x \in \text{bilangan cacah}\}$

$B = \{\text{empat bilangan ganjil yang pertama}\}$

$C = \{x \mid 5 < x \leq 37, x \in \text{bilangan prima}\}$

Dengan menyebutkan anggota-anggotanya, tentukan masing-masing anggota himpunan berikut ini.

- A, B, dan C
- $A \cup B$
- $B \cup C$
- $A \cup (B \cup C)$
- $A \cup (B \cap C)$
- $B \cup (A \cap C)$

## **D. DAFTAR PUSTAKA**

Bartle, G.R. 2000. *Introduction to Riil Analysis. 3th* . New. York : John Wiley and Sons.

Djohan, Warsoma, dan Wono Setya Budhi. 2007. *Dikdat Kalkulus 1*. Bandung : Institut Teknologi Bandung

Heri, Robertus. 2009. *Buku Ajar Kalkulus 1*. Semarang : Universitas Diponegoro

Hidayat, Wahyu. 2012. *Matematika Ekonomi*. Jakarta : Universitas Terbuka

Kalangi, Bintang, Josep. 2015. *Matematika Ekonomi dan Bisnis*. Jakarta : Salemba Empat

Purcell, E.J, dan Dale Varberg. 2005. Kalkulus dan Geometri Analitis Jilid 1.  
Jakarta: Erlangga

Sunyoto, Danang. 2009. Dasar-Dasar Matematika Ekonomi Terapan. Jakarta  
: Total Media

**PERTEMUAN  
KE 2**

## SISTEM BILANGAN RIIL DAN PERTIDAKSAMAAN

### A. TUJUAN PEMBELAJARAN

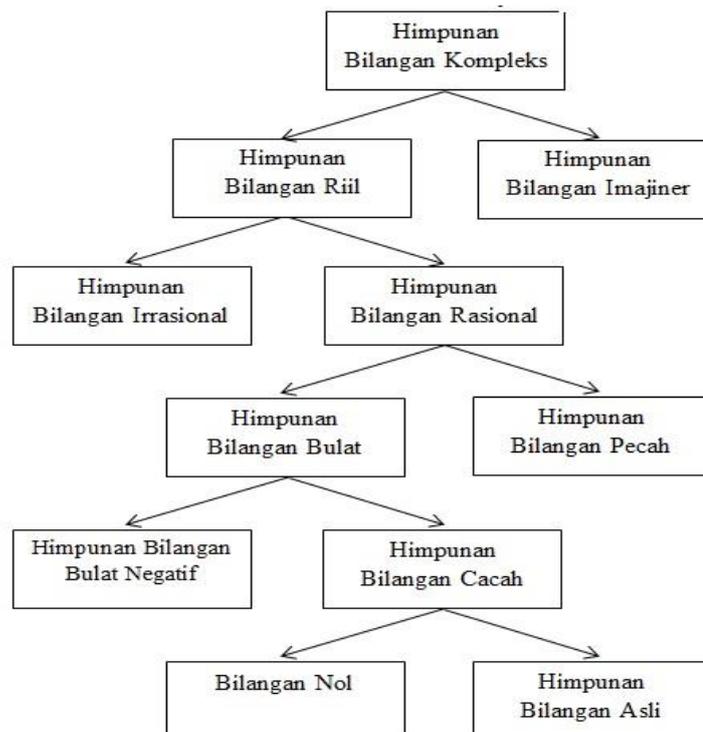
Setelah mempelajari materi ini, mahasiswa mampu :

1. Menjelaskan himpunan bilangan Riil
2. Menjelaskan sifat medan dan sifat urutan bilangan riil
3. Menguraikan interval/ selang pada bilangan riil
4. Menghitung himpunan penyelesaian pertidaksamaan

### B. URAIAN MATERI

#### 1. HIMPUNAN BILANGAN RIIL

Sebelum disajikan himpunan bilangan riil, akan disajikan gambar 2.1 tentang himpunan bilangan kompleks di bawah ini :



**Gambar 2.1 : Himpunan Bilangan Kompleks**

Bilangan riil adalah bilangan yang nyata. Bilangan riil disimbolkan dengan huruf R. Berdasarkan gambar di atas dapat diketahui bahwa himpunan bilangan riil terdiri dari himpunan bilangan rasional, irrasional, bulat, cacah, dan asli. Berikut ini penjelasan mengenai himpunan bilangan riil di atas :

a. Bilangan Rasional

Bilangan rasional adalah himpunan bilangan yang dapat dinyatakan dalam bentuk  $\frac{p}{q}$ , dengan  $p, q \in B$  dan  $q \neq 0$ . Bilangan rasional dilambangkan dengan huruf Q. Ciri dari bilangan rasional adalah bilangan desimal yang berulang/ berpola.

**Contoh 1:**

Bilangan 1,333...

Bukti :

Jika 1,333 ... = A kemudian ruas kanan dan kiri dikalikan dengan 10 karena angka yang berulang sama yaitu haya angka 3 satu

$$13,33... = 10A$$

Kemudian kirta pecahkan dengan memisahkan ngaka 1,333... sehingga

$$12 + 1,33... = 10A$$

$$\text{Karena } 1,33... = 1,333... = A$$

$$12 + A = 10 A$$

$$12 = 10 A - A$$

$$12 = 9 A$$

$$A = \frac{12}{9}$$

Terbukti bahwa bilangan  $1,333... = \frac{12}{9}$  yang merupakan bilangan rasional

Contoh 2:

Bilangan 1,636363...

Bukti “

Jika 1,636363 ... = B kemudian ruas kanan dan kiri dikalikan dengan 100 karena angka yang berulang sama yaitu angka 63

$$163,6363... = 100A$$

Kemudian kita pecahkan dengan memisahkan angka 1,636363... sehingga

$$162 + 1,6363... = 100B$$

$$\text{Karena } 1,6363... = 1,636363... = B$$

$$162 + B = 100B$$

$$162 = 100B - B$$

$$162 = 99B$$

$$B = \frac{162}{9}$$

Terbukti bahwa bilangan

$$1,636363... = \frac{162}{9}$$

yang merupakan bilangan rasional

#### b. Bilangan Irrasional

Bilangan irasional adalah himpunan bilangan yang tidak dapat dinyatakan dalam bentuk  $\frac{p}{q}$  dengan  $p, q \in B$  dan  $q \neq 0$ . Bilangan Irrasional dilambangkan dengan huruf  $I$ . Ciri dari bilangan irasional adalah bilangan desimal yang tidak berulang/ tidak berpola.

Contoh 1:

Bilangan  $\pi$  (3,14159265... ) bilangan desimal dengan bentuk tidak berpola atau berulang sama sehingga dinamakan bilangan irasional karena tidak bisa dibentuk menjadi  $a/b$

Contoh 2:

Bilangan  $e$  (2,71828) bilangan desimal dengan bentuk tidak berpola atau berulang sama sehingga dinamakan bilangan irasional karena tidak bisa dibentuk menjadi  $a/b$

Contoh 3:

$\sqrt{2}$  (1,41451356...) bilangan desimal dengan bentuk tidak berpola atau berulang sama sehingga dinamakan bilangan irasional karena tidak bisa dibentuk menjadi  $a/b$

c. Bilangan Bulat

Bilangan bulat adalah gabungan antara himpunan bilangan cacah dan himpunan bilangan bulat negatif. Bilangan bulat dilambangkan dengan huruf Z.

Contoh :

$$Z = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

d. Bilangan Cacah

Bilangan cacah adalah himpunan bilangan bulat yang tidak negatif. Bilangan cacah disimbolkan dengan huruf W.

Contoh :

$$W = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

e. Bilangan Asli (N)

Bilangan asli adalah himpunan bilangan bulat positif. Bilangan asli disimbolkan dengan huruf N.

Contoh :

$$N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$$

## 2. SIFAT MEDAN, DAN SIFAT URUTAN BILANGAN RIIL

### a. Sifat Medan

1) Hukum komutatif

Jika  $x$  dan  $y \in \mathbb{R}$ , maka  $x + y = y + x$  dan  $x \cdot y = y \cdot x$

2) Hukum Asosiatif

Jika  $x, y$ , dan  $z \in \mathbb{R}$ , maka  $x + (y + z) = (x + y) + z$  dan  $x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$

3) Hukum distributif

Jika  $x, y$ , dan  $z \in \mathbb{R}$ , maka  $x(y + z) = xy + xz$

4) Eksistensi Unsur Identitas

Jika  $x$  dan  $y \in \mathbb{R}$ , maka  $x + 0 = x$ , dan  $x \cdot 1 = x$

## 5) Eksistensi Negatif/ Invers Penjumlahan

Jika  $x$  dan  $y \in \mathbb{R}$ , maka  $x + (-x) = 0$

## 6) Eksistensi Resiprokal/ Invers Perkalian

Jika  $x$  dan  $y \in \mathbb{R}$ , maka  $x \cdot x^{-1} = 1$

**b. Sifat Urutan**

## 1) Trikotomi

Jika  $x$  dan  $y \in \mathbb{R}$ , maka ada 3 kemungkinan yaitu  $x < y$ ,  $x = y$ , dan  $x > y$ .

## 2) Ketransitifan

Jika  $x < y$ , dan  $y < z$ , maka  $x < z$ .

## 3) Penambahan

Jika  $x < y$ , dan  $z$  sembarang bilangan riil, maka  $x + z < y + z$

## 4) Perkalian

Jika  $x < y$ , dan  $z$  sembarang bilangan riil positif, maka  $x \cdot z < y \cdot z$

Jika  $x < y$ , dan  $z$  sembarang bilangan riil negatif, maka  $x \cdot z > y \cdot z$

**3. INTERVAL**

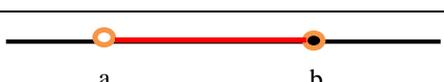
Interval (selang) adalah himpunan bilangan riil yang memenuhi pertidaksamaan tertentu. Adapun pertidaksamaan adalah pernyataan yang dihubungkan melalui tanda  $<$ ,  $>$ ,  $\geq$ , atau  $\leq$ . Ada dua jenis interval yaitu interval hingga dan interval tak hingga.

**a. Interval Hingga**

Interval hingga merupakan himpunan bagian dari suatu bilangan riil yang terbatas di atas dan di bawah.

Contoh :

Tabel 2.1: Contoh Interval Hingga

Penulisan Interval	Penulisan Himpunan	Garis Bilangan
$(a, b)$	$\{x \mid a < x < b\}$	
$[a, b]$	$\{x \mid a \leq x \leq b\}$	
$[a, b)$	$\{x \mid a \leq x < b\}$	
$(a, b]$	$\{x \mid a < x \leq b\}$	

## b. Interval Tak Hingga

Interval tak hingga merupakan himpunan bagian dari suatu bilangan riil yang tidak terbatas di atas ataupun di bawah atau tidak mempunyai batasan minimum ataupun maksimum.

Contoh :

Tabel 2.2: Contoh Interval Hingga

Penulisan Interval	Penulisan Himpunan	Garis Bilangan
$(-\infty, b)$	$\{x \mid x < b\}$	
$(-\infty, b]$	$\{x \mid x \leq b\}$	
$(a, \infty)$	$\{x \mid x > a\}$	
$[a, \infty)$	$\{x \mid x \geq a\}$	
$(-\infty, \infty)$	$\mathbb{R}$	

## 4. PERTIDAKSAMAAN

### a. Pengertian Pertidaksamaan

Sebelum dijelaskan mengenai pertidaksamaan, akan disajikan contoh dari pertidaksamaan berikut ini :

$$1) 2x + 4 < 5$$

$$2) 2 \leq x^2 - x \leq 6$$

$$3) 2x > 6$$

Berdasarkan contoh di atas, dapat diketahui bahwa pertidaksamaan memiliki tanda  $<$ ,  $>$ ,  $\leq$ , atau  $\geq$ . Jadi dapat disimpulkan bahwa pertidaksamaan merupakan pernyataan yang dihubungkan melalui tanda  $<$ ,  $>$ ,  $\leq$ , atau  $\geq$ .

Keterangan pertidaksamaan yaitu:

$<$  : kurang dari

$\leq$  : kurang dari atau sama dengan

$>$  : lebih dari

$\geq$  : lebih dari atau sama dengan

### b. Sifat Pertidaksamaan

Pertidaksamaan memiliki sifat-sifat dalam operasinya, yaitu :

1) Tanda pertidaksamaan tidak berubah jika kedua ruas ditambah atau dikurang dengan bilangan yang sama.

Jika  $a < b$ , maka  $a + c < b + c$ , dan  $a - c < b - c$

Contoh :

a)  $2 < 5$ , jika masing-masing ruas ditambah 5 maka :

$$2 + 5 < 5 + 5$$

$$7 < 10$$

b)  $2 < 5$ , jika masing-masing ruas dikurang 5 maka :

$$2 - 5 < 5 - 5$$

$$-3 < 0$$

2) Tanda pertidaksamaan tidak berubah jika kedua ruas dikali atau dibagi dengan bilangan positif yang sama.

Jika  $a < b$ , dan  $c$  adalah bilangan positif, maka:  $a \cdot c < b \cdot c$ , dan  $a : b < b : c$

Contoh

a)  $2 < 5$ , jika masing-masing ruas dikali 3 maka :

$$2 \cdot 3 < 5 \cdot 3$$

$$6 < 15$$

b)  $2 < 5$ , jika masing-masing ruas dibagi 3 maka :

$$2 : 3 < 5 : 3$$

$$\frac{2}{3} < 1 \frac{2}{3}$$

3) Tanda pertidaksamaan akan berubah jika kedua ruas pertidaksamaan dikali atau dibagi dengan bilangan negatif yang sama.

Jika  $a < b$ , dan  $c$  adalah bilangan negatif, maka:  $a \cdot c > b \cdot c$ , dan  $a : c > b : c$

Contoh :

a)  $2 < 5$ , jika masing-masing ruas dikali  $-2$  maka :

$$2 \cdot (-2) < 5 \cdot (-2)$$

$$-4 > -10$$

b)  $2 < 5$ , jika masing-masing ruas dibagi  $-2$  maka :

$$2 : (-2) < 5 : (-2)$$

$$-1 > -2,5$$

4) Tanda pertidaksamaan tidak berubah jika kedua ruas positif dan dikuadratkan.

Jika  $a < b$ ,  $a$  dan  $b$  positif, maka:  $a^2 < b^2$ .

Contoh :

$2 < 5$ , jika masing-masing ruas dikuadratkan maka :

$$2^2 < 5^2$$

$$4 < 25$$

### c. Jenis Pertidaksamaan

Terdapat beberapa jenis pertidaksamaan, diantaranya pertidaksamaan linier, pertidaksamaan kuadrat, pertidaksamaan pecahan, dan pertidaksamaan tingkat tinggi, dll. Pada uraian ini akan dibahas hanya tentang pertidaksamaan linier, dan pertidaksamaan kuadrat. Berikut ini penjelasannya :

#### 1) Pertidaksamaan Linier

Pertidaksamaan linier adalah pertidaksamaan yang hanya memiliki variabel berpangkat satu. Cara menghitung himpunan penyelesaiannya adalah dengan mengelompokkan variabel pada ruas kiri dan mengelompokkan konstanta pada ruas kanan.

Contoh :

$$\frac{2x+2}{4} + \frac{x+2}{8} < x + 12$$

Penyelesaian :

Semua dikalikan bilangan 8, maka

$$\left[ \left( \frac{2x+2}{4} \times 8 \right) + \left( \frac{x+2}{8} \times 8 \right) < (x + 12) \right] \text{ dikalikan dengan 9}$$

$$((2x + 2) \times 2) + (x + 2) < 8x + 96$$

Didistribusikan maka menjadi

$$4x + 4 + x + 2 < 8x + 96$$

Jumlahkan yang bersesuaian dan dipindahkan sesuai yang bersesuaian

$$4x + x - 8x < 96 - 4 - 2$$

$$- 3x < 90$$

Karena pembagi bernilai negatif yaitu -3 sehingga tanda pertidaksamaannya berubah yang awalnya < menjadi >, sehingga pertidaksamaannya menjadi

$$x > - 30$$

## 2) Pertidaksamaan Kuadrat

Pertidaksamaan kuadrat adalah pertidaksamaan yang memiliki variabel dengan pangkat tertinggi dua. Langkah penyelesaian pertidaksamaan kuadrat yaitu :

- a) Ruas kanan dibuat nol
- b) Difaktorkan
- c) Tentukan nilai variabel misal x
- d) Buktikan dengan garis bilangan

Contoh :

Tentukan himpunan penyelesaian dari

$$(2x - 3)^2 \geq (3x - 3)(x - 1) - 2$$

Menyelesaikan setiap fungsi, sehingga

$$4x^2 - 12x + 9 \geq 3x^2 - 6x + 3 - 2$$

$$4x^2 - 12x + 9 - 3x^2 + 6x - 3 + 2 \geq 0 \text{ (ruas kanan dinolkan)}$$

$$x^2 - 6x + 8 \geq 0$$

Langkah awal dibuatkan menjadi persamaan menjadi

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

Kemudian difaktorkan untuk memperoleh nilai x

$$(x - 4)(x - 2) = 0$$

$$x - 4 = 0 \text{ atau } x - 2 = 0$$

$$x = 4 \text{ atau } x = 2 \text{ (ditentukan nilai variabel x)}$$

diperlukan pembuktian untuk mengetahui hasil penyelesaian atau himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan tersebut. Berikut pembuktiannya :

### Pembuktian

a) Jika nilai  $x = 2$ , maka

$$x^2 - 6x + 8 \geq 0$$

$$2^2 - 6 \cdot 2 + 8 \geq 0$$

$$4 - 12 + 8 \geq 0$$

$$0 \geq 0 \text{ (benar diberi tanda +)}$$

b) Jika nilai  $x > 2$ , misal 3

$$x^2 - 6x + 8 \geq 0$$

$$3^2 - 6.3 + 8 \geq 0$$

$$9 - 18 + 8 \geq 0$$

$$-1 \geq 0 \text{ (salah diberi tanda -)}$$

c) Jika nilai  $x < 2$ , misal 1

$$x^2 - 6x + 8 \geq 0$$

$$1^2 - 6.1 + 8 \geq 0$$

$$1 - 6 + 8 \geq 0$$

$$3 \geq 0 \text{ (benar diberi tanda +)}$$

d) Jika nilai  $x = 4$

$$x^2 - 6x + 8 \geq 0$$

$$4^2 - 6.4 + 8 \geq 0$$

$$16 - 24 + 8 \geq 0$$

$$0 \geq 0 \text{ (benar diberi tanda +)}$$

e) Jika nilai  $x > 4$ , misal 5

$$x^2 - 6x + 8 \geq 0$$

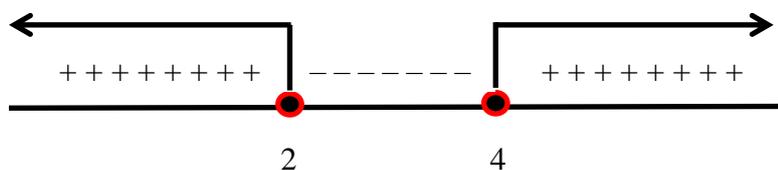
$$5^2 - 6.5 + 8 \geq 0$$

$$25 - 30 + 8 \geq 0$$

$$3 \geq 0 \text{ (benar diberi tanda +)}$$

Yang menjadi himpunan penyelesaian yaitu pada daerah yang dengan hasil positif dikarenakan pertidaksamaannya  $\geq 0$ . Sehingga garis bilangannya dapat dilihat sebagai berikut:

### Gambar Pada Garis Bilangan



**Sesuai dengan garis bilangan maka Himpunan Penyelesaian :**

$$H_p = \{x \mid x \geq 4, \text{ atau } x \leq 2\}$$

### **C.LATIHAN**

Tentukan himpunan penyelesaian pertidaksamaan berikut :

a.  $(2x - 1)^2 \geq (5x - 3) \cdot (x - 1) - 7$

b.  $\frac{x+2}{3} + \frac{2x+2}{2} < x + 4$

### **D.DAFTAR PUSTAKA**

Bartle, G.R. 2000. *Introduction to Riil Analysis. 3th* . New. York : John Wiley and Sons.

Djohan, Warsoma, dan Wono Setya Budhi. 2007. *Dikdat Kalkulus 1*. Bandung : Institut Teknologi Bandung

Heri, Robertus. 2009. *Buku Ajar Kalkulus 1*. Semarang : Universitas Diponegoro

Prayudi. 2006. *Kalkulus: Fungsi Satu Variabel*. Jogjakarta: Graha Ilmu

Purcell, E.J, dan Dale Varberg. 2005. *Kalkulus dan Geometri Analitis Jilid 1*. Jakarta: Erlangga

**PERTEMUAN****KE 3****FUNGSI LINIER****A. TUJUAN PEMBELAJARAN**

Setelah mempelajari materi ini, mahasiswa mampu :

1. menjelaskan konsep fungsi linier.
2. menggambarkan grafik fungsi linier.
3. menentukan persamaan fungsi linier
4. menjelaskan hubungan dua garis lurus

**B. URAIAN MATERI****1. HAKIKAT FUNGSI LINIER**

Sebelum dijelaskan mengenai fungsi linier, akan disajikan contoh fungsi linier berikut ini :

a.  $y = 5x - 10$

b.  $y = 4x - 12$

Berdasarkan contoh di atas dapat diketahui bahwa fungsi linier memiliki satu variabel bebas  $x$  yang pangkatnya satu dan satu variabel terikat yaitu  $y$ . Jadi dapat disimpulkan bahwa fungsi linier adalah fungsi yang hanya memiliki satu variabel bebas yang berpangkat satu pada variabel tersebut. Fungsi linier sering disebut dengan persamaan garis lurus (pgl) dengan bentuk persamaan umumnya sebagai berikut :

$$y = mx + c$$

Keterangan :

$y$  = variabel terikat

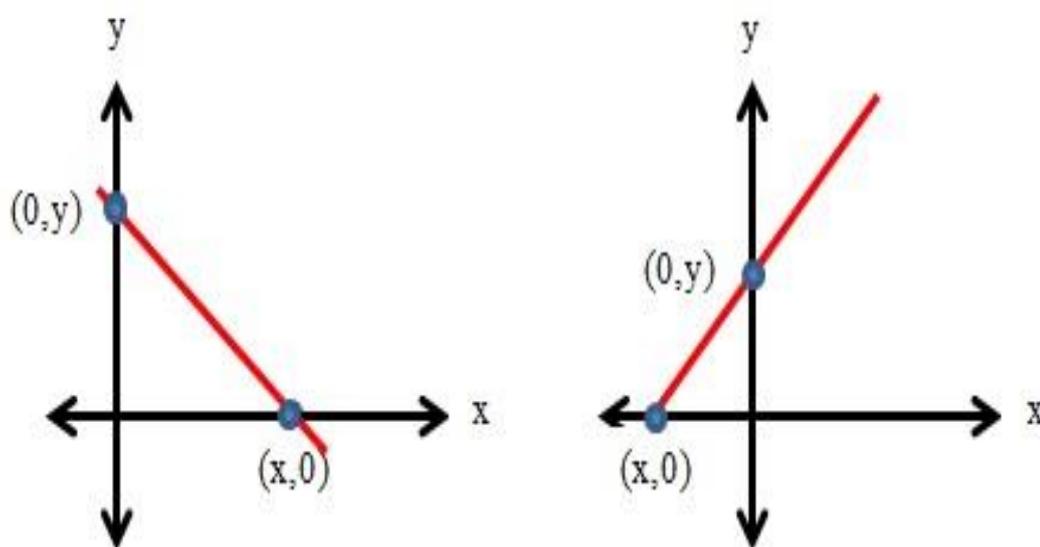
$x$  = variabel bebas

$m$  = Gradien/ kemiringan

$c$  = konstanta

## 2. MENGGAMBAR KURVA FUNGSI LINIER

Gambar kurva fungsi linier berbentuk garis lurus yang memotong sumbu  $x$  dan sumbu  $y$ . Sebelum disajikan langkah menggambar kurvanya, akan disajikan contoh gambar kurva fungsi linier berikut ini :



**Gambar 3.1: Contoh Kurva Fungsi Linier 1**

Berikut ini langkah-langkah menggambar kurva fungsi linier

- Tentukan titik potong terhadap sumbu  $x$ , maka  $y = 0$ , sehingga diperoleh koordinat  $(x,0)$
- Tentukan titik potong
- terhadap sumbu  $y$ , maka  $x = 0$ , sehingga diperoleh koordinat  $(0,y)$
- Tentukan letak dua titik potong tsb ke dalam bidang cartecius kemudian hubungkan menjadi garis lurus.

### Contoh

Gambarkan kurva dari persamaan  $y = 2x - 6$

### Jawab:

- Titik potong terhadap sumbu  $x$ , maka  $y = 0$

$$y = 2x - 6$$

$$0 = 2x - 6$$

$$0 + 6 = 2x$$

$$6 = 2x$$

$$x = 3$$

Jadi koordinatnya (3, 0)

b. Titik potong terhadap sumbu y, maka  $x = 0$

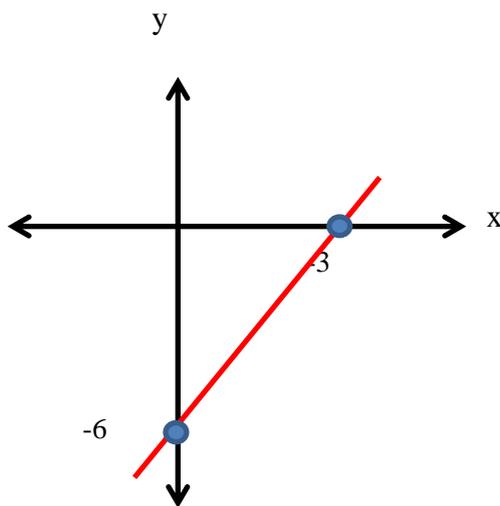
$$y = 2x - 6$$

$$y = 2 \cdot 0 - 6$$

$$y = 0 - 6$$

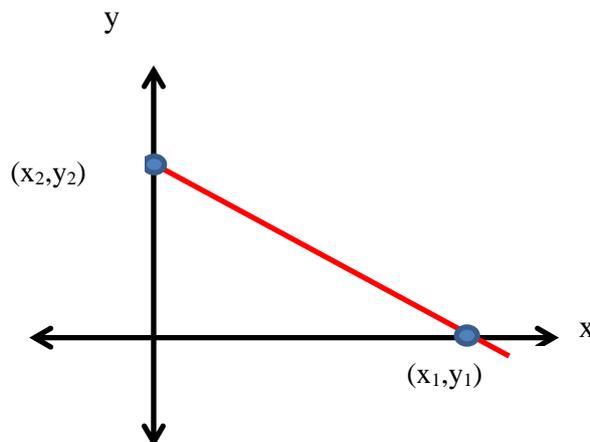
$y = -6$ , Jadi koordinatnya (0, -6)

c. Tentukan letak titik potong pada bidang cartecius, kemudian hubungkan dengan garis lurus



### 3. MENENTUKAN PERSAMAAN FUNGSI LINIER

Misal terdapat gambar kurva sebagai berikut ini :



**Gambar 3.2: Contoh Kurva Fungsi Linier 2**

Sesuai dengan Gambar 3.2 untuk menentukan persamaan fungsinya bisa menggunakan metode :

**a. Metode Dua Titik**

$$\frac{Y - Y_1}{X - X_1} = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$$

Rumus di atas menunjukkan bahwa cara untuk memperoleh persamaan fungsi linier adalah dengan menggunakan metode dua titik. Caranya adalah dengan mensubstitusikan nilai-nilai  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $Y_1$ , dan  $Y_2$  yang telah diketahui pada rumus di atas, sehingga akan menghasilkan persamaan  $y = mx + c$  atau  $mx + by + c = 0$

**Contoh :**

Tentukanlah persamaan garis lurus yang melalui titik (3, -4) dan (-2, 6)

Jawab:

$x_1 = 3$ ,  $y_1 = -4$ ,  $x_2 = -2$  dan  $y_2 = 6$ , maka persamaan fungsi linier atau persamaan

garis lurusnya adalah dengan mensubstitusikan titik-titik yang diketahui ke persamaan berikut

$$\frac{Y - Y_1}{X - X_1} = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$$

$$\leftrightarrow \frac{Y - (-4)}{X - 3} = \frac{6 - (-4)}{-2 - 3}$$

$$\leftrightarrow \frac{Y + 4}{X - 3} = \frac{6 + 4}{-5}$$

$$\leftrightarrow \frac{Y + 4}{X - 3} = \frac{10}{-5}$$

$$\leftrightarrow -5y - 20 = 10X - 30$$

$$\leftrightarrow -5y = 10x - 10$$

Koefisien pada y dijadikan sebuah pembagian pada ruas kanan.

$$\leftrightarrow y = -2x + 2$$

### b. Metode Satu Titik dan Satu Kemiringan (Gradien/m)

$$y - y_1 = m (x - x_1)$$

dengan  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Contoh :

Tentukanlah persamaan garis lurus yang bergradien 2 dan melalui titik (-3,1)

Jawab:

Diketahui nilai gradien :

$$m = 2$$

dengan titik yaitu

$$x_1 = -3$$

$$y_1 = 1$$

Nilai di atas disubstitusikan ke rumus utama yaitu:

$$y - y_1 = m (x - x_1)$$

maka

$$y = m (x - x_1) + y_1$$

$$y = 2 (x - (-3)) + 1$$

$$y = 2 (x + 3) + 1$$

$$y = 2x + 6 + 1$$

$$y = 2x + 7$$

## 4. HUBUNGAN DUA GARIS LURUS

Dua garis lurus yang terletak di satu bidang kemungkinannya dapat saling berimpit, sejajar, tegak lurus, dan berpotongan satu sama lain.

### a. Garis Berimpit

Dua garis lurus akan saling berimpit kalau persamaan garis yang satu merupakan kelipatan persamaan garis yang lain.

### b. Garis Sejajar ( $m_1 = m_2$ )

Dua garis akan sejajar bila gradiennya sama.

**c. Garis Tegak Lurus ( $m_1 \cdot m_2 = -1$ )**

Dua garis lurus akan saling berpotongan tegak lurus apabila perkalian kedua gradien sama dengan -1

**d. Garis Saling Berpotongan ( $m_1 \neq m_2$ )**

Dua garis lurus akan saling berpotongan apabila gradiennya tidak sama. Dua garis yang berpotongan, koordinat titik potongnya harus memenuhi ke dua persamaan garis lurus. Koordinat titik potong ini diperoleh dengan mengerjakan kedua persamaan secara serempak.

**C.LATIHAN**

**Jawablah pertanyaan di bawah ini dengan uraian yang tepat !**

1. Cari kemiringan garis yang telah ditentukan oleh titik A dan B berikut ini
  - a. A (3,4), B (4,3)
  - b. A (4,5), B (8,13)
  - c. A (-2, -2), B (5,5)
2. Untuk setiap pasangan titik-titik koordinat (X,Y) , carilah persamaan garis lurus  $y = ax + c$ 
  - a. (0,0), (6,3)
  - b. (3,5), (10,2)
  - c. (-6, -4), (10,8)
3. Gambarkan grafik dari persamaan garis lurus berikut ini :
  - a.  $2x - 3y + 2 = 0$
  - b.  $4x - 6y = 0$
  - c.  $3x + y + 4 = 0$

**D.DAFTAR PUSTAKA**

- Bartle, G.R. 2000. *Introduction to Riil Analysis*. 3th . New. York : John Wiley and Sons.
- Djohan, Warsoma, dan Wono Setya Budhi. 2007. *Dikdat Kalkulus 1*. Bandung : Institut Teknologi Bandung
- Heri, Robertus. 2009. *Buku Ajar Kalkulus 1*. Semarang : Universitas Diponegoro

Prayudi. 2006. *Kalkulus: Fungsi Satu Variabel*. Jogjakarta: Graha Ilmu  
Purcell, E.J, dan Dale Varberg. 2005. *Kalkulus dan Geometri Analitis Jilid 1*.  
Jakarta: Erlangga

**PERTEMUAN  
KE 4****FUNGSI LINIER PADA PERMINTAAN,  
PENAWARAN, DAN KESEIMBANGAN  
PASAR**

---

---

**A. TUJUAN PEMBELAJARAN**

Setelah mempelajari materi ini, mahasiswa mampu :

1. Menjelaskan konsep fungsi linier pada permintaan
  2. Menggambar kurva fungsi linier pada permintaan
  3. Menentukan persamaan fungsi linier pada permintaan
  4. Menjelaskan konsep fungsi linier pada penawaran
  5. Menggambar kurva fungsi linier pada penawaran
  6. Menentukan persamaan fungsi linier pada penawaran
  7. Menghitung harga dan jumlah keseimbangan
  8. Menggambar kurva titik keseimbangan
- 

**B. URAIAN MATERI****1. FUNGSI LINIER PADA PERMINTAAN****a. Pengertian Fungsi Linier Permintaan**

Sebelum diuraikan pengertian dari fungsi linier pada permintaan, akan dijelaskan terlebih dahulu pengertian dari fungsi permintaan. Fungsi permintaan adalah persamaan yang menunjukkan hubungan antara jumlah sesuatu barang yang diminta dan semua faktor-faktor yang mempengaruhinya. Fungsi permintaan akan sesuatu barang dapat ditunjukkan oleh persamaan:

$$Q_x = f(P_x, P_y, P_z, M, S)$$

Keterangan :

$Q_x$  = Jumlah barang X yang diminta

$P_x$  = harga barang X

$P_y$  = harga barang Y

$P_z$  = harga barang z

$M$  = pendapatan konsumen

$S$  = selera konsumen

Pada uraian di atas, fungsi permintaan tidak dapat disajikan dengan diagram dua dimensi karena memiliki banyak variabel. Sedangkan diagram dua dimensi hanya dapat digunakan untuk menggambar kurva fungsi yang mengandung dua variabel saja. Agar fungsi permintaan dapat digambar grafiknya maka faktor-faktor selain jumlah yang diminta dan harga barang tersebut dianggap tidak berubah selama dilakukan analisis. Faktor-faktor yang dianggap tetap ini disebut *ceteris paribus*.

Dengan anggapan *ceteris paribus* tersebut, sekarang bentuk fungsi menjadi lebih sederhana karena hanya terdiri dari dua variabel, yaitu variabel harga dan variabel jumlah yang diminta. Faktor-faktor yang dianggap tetap pengaruhnya dapat dilihat dari besarnya konstanta pada persamaan permintaan. Bentuk persamaan fungsi linier pada permintaan disajikan sebagai berikut :

$$Q_{dx} = a - bP_x$$

Atau

$$P_{dx} = a - bQ_x$$

Keterangan :

$Q_{dx}$  = Jumlah produk x yang diminta

$P_{dx}$  = Harga produk x yang diminta

$b$  = gradien/ kemiringan atau koefisien dari variabel

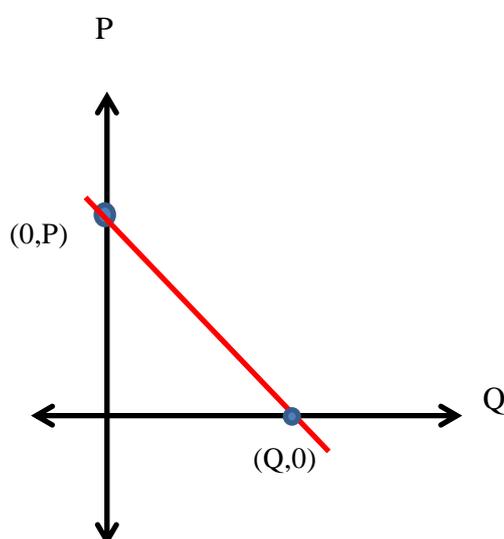
## b. Menggambar Kurva Fungsi Linier pada Permintaan

Fungsi linier pada permintaan merupakan penerapan konsep fungsi linier dalam matematika, maka dari itu cara menggambar kurva

fungsi pun sama dengan cara menggambar kurva fungsi linier. Kalau pada fungsi linier matematika dikenal sumbu  $x$  sebagai garis horizontal dan sumbu  $y$  sebagai garis vertikal, sedangkan pada fungsi linier permintaan dikenal sumbu  $Q$  sebagai garis horizontal dan sumbu  $P$  sebagai garis vertikal

Gambar kurva fungsi linier pada permintaan berbentuk garis lurus yang memotong sumbu  $Q$ , sumbu  $P$ , dan memiliki curam negatif/bergradien negatif yaitu apabila harga yang diminta rendah maka jumlah yang diminta akan tinggi, begitupula sebaliknya. Kurva fungsi linier permintaan hanya terletak pada kuadran I bidang cartecius.

Sebelum disajikan langkah menggambar kurvanya, akan disajikan contoh gambar kurva fungsi linier pada permintaan berikut ini :



**Gambar 4.1: Contoh Kurva Fungsi Linier Permintaan**

Berikut ini langkah-langkah menggambar kurva fungsi linier

- 1) Tentukan titik potong terhadap sumbu  $Q$ , maka  $P = 0$ , sehingga diperoleh koordinat  $(Q,0)$
- 2) Tentukan titik potong terhadap sumbu  $P$ , maka  $Q = 0$ , sehingga diperoleh koordinat  $(0,P)$

- 3) Tentukan letak dua titik potong tsb ke dalam bidang cartecius kemudian hubungkan menjadi garis lurus.

**Contoh**

Gambarkan kurva dari persamaan  $Pd = 50 - 2Q$

Jawab:

- 1) Titik potong terhadap sumbu Q, maka  $P = 0$

$$Pd = 50 - 2Q$$

$$0 = 50 - 2Q$$

$$2Q = 50$$

$$Q = 25$$

Jadi koordinatnya (25, 0)

- 2) Titik potong terhadap sumbu P, maka  $Q = 0$

$$Pd = 50 - 2Q$$

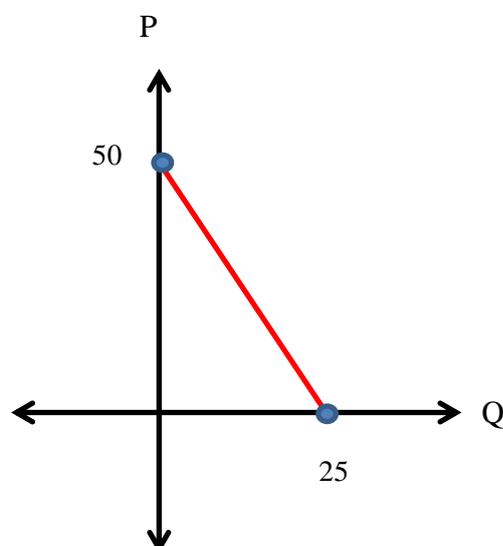
$$Pd = 50 - 2 \cdot 0$$

$$Pd = 50 - 0$$

$$P = 50$$

Jadi koordinatnya (0, 50)

- 3) Tentukan letak titik potong pada bidang cartecius, kemudian hubungkan dengan garis lurus



### c. Menentukan Persamaan Fungsi Linier pada Permintaan

#### 1) Metode Dua Titik

$$\frac{P - P_1}{Q - Q_1} = \frac{P_2 - P_1}{Q_2 - Q_1}$$

Rumus di atas menunjukkan bahwa cara untuk memperoleh persamaan fungsi linier pada permintaan adalah dengan menggunakan metode dua titik. Caranya yaitu dengan mensubstitusikan nilai-nilai  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $P_1$ , dan  $P_2$  yang telah diketahui pada rumus di atas, sehingga akan menghasilkan persamaan

$$Q_{dx} = a - mP_x$$

atau

$$P_{dx} = a - mQ_x$$

#### Contoh :

Suatu produk jika harganya Rp. 100, akan terjual 10 unit, dan bila harganya turun menjadi Rp. 75, akan terjual 20 unit. Tentukanlah fungsi permintaannya

#### Penyelesaian

**Diketahui :**  $P_1 = 100$ ,  $P_2 = 75$ ,  $Q_1 = 10$ ,  $Q_2 = 20$

**Ditanya :** fungsi permintaan ? dan gambar grafik ?

Dijawab :

#### Fungsi Permintaan

Dengan mensubstitusikan nilai di atas ke dalam perumusan berikut

$$\frac{P - P_1}{Q - Q_1} = \frac{P_2 - P_1}{Q_2 - Q_1}$$

Sehingga menjadi

$$\frac{P - 100}{Q - 10} = \frac{75 - 100}{20 - 10}$$

$$\frac{P - 100}{Q - 10} = \frac{-25}{10}$$

$$(P - 100) 10 = (Q - 10) \cdot (-25)$$

Kedua ruas didistribusikan sehingga menjadi

$$10P - 1000 = -25Q + 250$$

Diasosiasikan nilai yang besesuaian

$$10P = -25Q + 250 + 1000$$

$$10P = -25Q + 1250$$

$$P = -2,5Q + 125$$

Persamaan inilah yang dinamakan dengan persamaan permintaan yang dimaksud.

## 2) Metode Satu Titik

Jika hanya diketahui satu titik dan gradien maka persamaan umumnya yaitu

$$P - P_1 = m (Q - Q_1)$$

dengan perumusan untuk menentukan nilai gradien yaitu:

$$m = \frac{P_2 - P_1}{Q_2 - Q_1}$$

## 2. FUNGSI LINIER PADA PENAWARAN

### a. Pengertian

Sebelum diuraikan pengertian dari fungsi linier pada penawaran, akan dijelaskan terlebih dahulu pengertian dari fungsi penawaran. Fungsi penawaran adalah fungsi yang menunjukkan hubungan antara harga barang dengan jumlah barang yang ditawarkan produsen dengan variabel-variabel lain yang mempengaruhi dalam periode tertentu. Fungsi penawaran akan sesuatu produk dapat ditunjukkan oleh persamaan:

$$Q_{sx,t} = f(P_{x,t}, T_t, P_{F,t}, P_{R,t}, P_{x,t+1}^e)$$

Keterangan :

$P_{x,t}$  = jumlah produk x yang ditawarkan oleh produsen dalam periode tertentu

$T_t$  = teknologi yang tersedia

$P_{F,t}$  = harga faktor-faktor produksi

$P_{R,t}$  = harga produk lain yang berhubungan

$P_{x,t+1}^e$  = harapan produsen terhadap harga produk

$Q_{sx,t}$  = Jumlah produk X yang ditawarkan

Pada uraian di atas, fungsi penawaran tidak dapat disajikan dengan diagram dua dimensi karena memiliki banyak variabel. Sedangkan diagram dua dimensi hanya dapat digunakan untuk menggambar kurva fungsi yang mengandung dua variabel saja. Agar fungsi penawaran dapat digambar kurvanya maka faktor-faktor selain jumlah produk dan harga barang yang ditawarkan tersebut dianggap tidak berubah selama dilakukan analisis. Faktor-faktor yang dianggap tetap ini disebut *ceteris paribus*.

Dengan anggapan *ceteris paribus* tersebut, sekarang bentuk fungsi menjadi lebih sederhana karena hanya terdiri dari dua variabel, yaitu variabel harga dan variabel jumlah produk yang ditawarkan. Faktor-faktor

yang dianggap tetap pengaruhnya dapat dilihat dari besarnya konstanta pada persamaan penawaran.

Bentuk persamaan fungsi linier pada penawaran disajikan sebagai berikut:

$$Q_{dx} = -a + bP_x$$

Atau

$$P_{dx} = -a + bQ_x$$

Keterangan :

$Q_{dx}$  = Jumlah produk x yang ditawarkan

$P_{dx}$  = Harga produk x yang ditawarkan

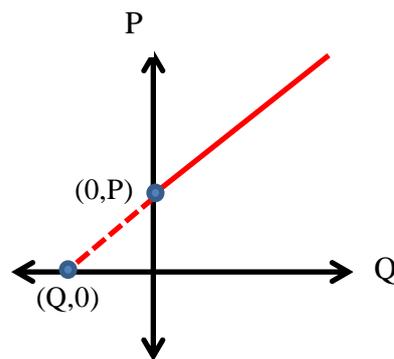
b = Gradien/ Kemiringan

## b. Menggambar Kurva Fungsi Linier pada Penawaran

Fungsi linier pada penawaran merupakan penerapan konsep fungsi linier dalam matematika, maka dari itu cara menggambar kurva fungsinya pun sama dengan cara menggambar kurva fungsi linier dalam matematika. Kalau pada fungsi linier matematika dikenal sumbu x sebagai garis horizontal dan sumbu y sebagai garis vertikal, sedangkan pada fungsi linier permintaan dikenal sumbu Q sebagai garis horizontal dan sumbu P sebagai garis vertikal

Gambar kurva fungsi linier pada penawaran berbentuk garis lurus yang memotong sumbu Q, sumbu P, dan memiliki curam positif yaitu apabila jumlah yang ditawarkan tinggi maka harga yang ditawarkan juga tinggi, begitupula sebaliknya. Kurva fungsi linier penawaran hanya terletak pada kuadran I bidang cartecius.

Sebelum disajikan langkah menggambar kurvanya, akan disajikan contoh gambar kurva fungsi linier pada penawaran berikut ini :



**Gambar 4.2: Contoh Kurva Fungsi Linier Penawaran**

Berikut ini langkah-langkah menggambar kurva fungsi linier

- 1) Tentukan titik potong terhadap sumbu Q, maka  $P = 0$ , sehingga diperoleh koordinat  $(Q,0)$
- 2) Tentukan titik potong terhadap sumbu P, maka  $Q = 0$ , sehingga diperoleh koordinat  $(0,P)$
- 3) Tentukan letak dua titik potong tsb ke dalam bidang cartecius kemudian hubungkan menjadi garis lurus.

### Contoh

Gambarkan kurva dari persamaan  $Q_s = -20 + 2P$

Jawab

- 1) Titik potong terhadap sumbu Q, maka  $P = 0$

$$Q_s = -20 + 2P$$

$$Q_s = -20 + 2 \cdot 0$$

$$Q_s = -20$$

Jadi koordinatnya  $(-20, 0)$

- 2) Titik potong terhadap sumbu P, maka  $Q = 0$

$$Q_s = -20 + 2P$$

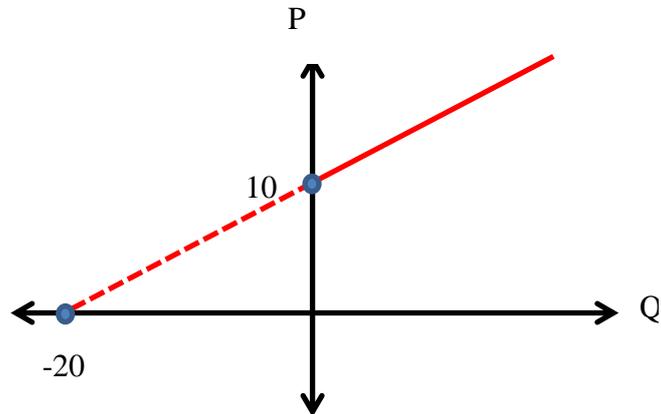
$$0 = -20 + 2P$$

$$20 = 2P$$

$$P = 10$$

Jadi koordinatnya (0, 10)

3) Gambar kurvanya



### c. Menentukan Persamaan Fungsi Linier pada Penawaran

#### a. Metode Dua Titik

$$\frac{P - P_1}{Q - Q_1} = \frac{P_2 - P_1}{Q_2 - Q_1}$$

Rumus di atas menunjukkan bahwa cara untuk memperoleh persamaan fungsi linier pada penawaran adalah dengan menggunakan metode dua titik. Caranya yaitu dengan mensubstitusikan nilai-nilai  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $P_1$ , dan  $P_2$  yang telah diketahui pada rumus di atas, sehingga akan menghasilkan persamaan  $Q_{dx} = -a + bP_x$  atau  $P_{dx} = -a + bQ_x$

#### Contoh :

Jika harga suatu produk adalah Rp.500, maka jumlah produk yang akan terjual sebanyak 60 unit. Bila harganya meningkat menjadi Rp.700, maka jumlah produk yang terjual sebanyak 100 unit. Tentukan persamaan fungsi penawarannya !

#### Penyelesaian

Diketahui :  $P_1 = 500$ ,  $P_2 = 700$ ,  $Q_1 = 60$ ,  $Q_2 = 100$

Ditanya : fungsi penawaran ?

Dijawab :

Dengan mensubstitusikan nilai yang diketahui ke dalam perumusan berikut

$$\frac{P - P_1}{Q - Q_1} = \frac{P_2 - P_1}{Q_2 - Q_1}$$

Sehingga dapat kita selesaikan menjadi :

$$\frac{P - 500}{Q - 60} = \frac{700 - 500}{100 - 60}$$

$$\frac{P - 500}{Q - 60} = \frac{200}{40}$$

$$\frac{P - 500}{Q - 60} = 5$$

$$(P - 500) = (Q - 60) 5$$

$$P - 500 = 5Q - 300$$

$$P = 5Q - 300 + 500$$

$$P = 5Q + 200$$

Persamaan ini yang merupakan fungsi penawaran yang dicari.

### b. Metode Satu Titik

Jika hanya diketahui satu titik dan gradien atau kemiringan maka dapat ditentukan suatu persamaan dengan menggunakan persamaan sebagai berikut.

$$P - P_1 = m(Q - Q_1)$$

**Keterangan :**

**m : gradien**

### 3. LINIER PADA KESEIMBANGAN PASAR

#### a. Pengertian Keseimbangan Pasar

Keseimbangan pasar adalah suatu titik apabila jumlah produk yang ditawarkan sama dengan jumlah produk yang diminta dan harga yang ditawarkan sama dengan harga yang diminta. Secara matematis dapat ditulis sebagai berikut :

$$Q_d = Q_s$$

atau

$$P_d = P_s$$

#### b. Cara Menentukan Harga dan Jumlah Keseimbangan Pasar

Harga keseimbangan disimbolkan oleh huruf  $P_e$  dan jumlah keseimbangan disimbolkan oleh huruf  $Q_e$ . Cara menentukan harga atau jumlah keseimbangan pasar dengan memasukkan antara persamaan fungsi permintaan dan persamaan fungsi penawaran terhadap rumus matematis  $Q_d = Q_s$  atau  $P_d = P_s$

#### Contoh

Bila fungsi permintaan ditunjukkan oleh persamaan  $Q_d = 24 - 5P$  dan fungsi penawaran ditunjukkan oleh persamaan  $Q_s = 2P - 4$ . Berapakah harga dan jumlah keseimbangannya ?

Jawab

$$Q_d = Q_s$$

$$24 - 5P = 2P - 4$$

$$24 + 4 = 2P + 5P$$

$$28 = 7P$$

$$P = 4$$

Jadi harga keseimbangannya ( $P_e$ ) adalah 4

Substitusikan nilai P, ke persamaan Qs

$$Q_s = 2P - 4$$

$$Q_s = 2 \cdot 4 - 4$$

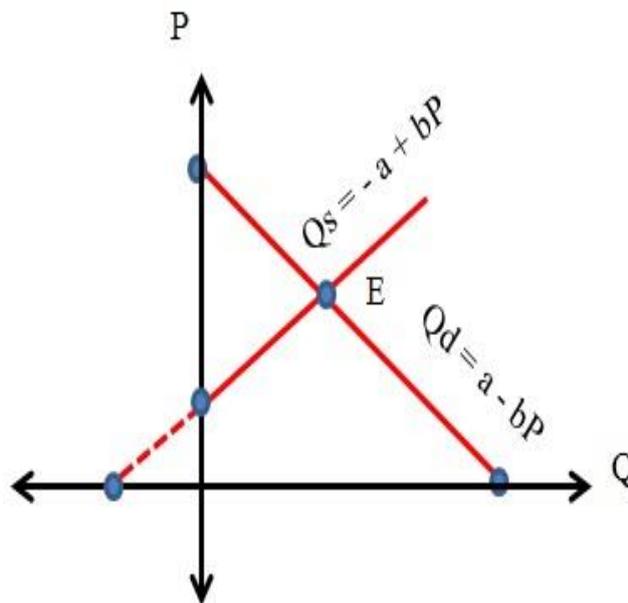
$$Q_s = 8 - 4$$

$$Q = 4$$

Jadi jumlah keseimbangannya ( $Q_e$ ) adalah 4

### c. Cara Kurva Keseimbangan Pasar

Keseimbangan ditunjukkan oleh koordinat titik potong antara kurva fungsi penawaran dan kurva fungsi permintaan. Koordinat titik potong tersebut disebut titik keseimbangan pasar (Equilibrium) dan disimbolkan oleh huruf "E". Sebelum dijelaskan mengenai cara menggambar kurva keseimbangan pasar akan disajikan gambar kurvanya secara umum berikut ini :



**Gambar 4.3: Contoh Kurva Fungsi Keseimbangan Pasar**

Berdasarkan gambar kurva di atas, terdapat 2 kurva yaitu kurva permintaan ( $Q_d = a - bP$ ), dan kurva penawaran, maka dari itu langkah menggambar kurvanya sebagai berikut

a. Gambar Kurva Permintaan ( $Q_d = a - bP$ )

Berikut langkahnya :

- a) Tentukan titik potong terhadap sumbu Q, maka  $P = 0$ , sehingga diperoleh koordinat  $(Q,0)$
  - b) Tentukan titik potong terhadap sumbu P, maka  $Q = 0$ , sehingga diperoleh koordinat  $(0,P)$
  - c) Tentukan letak dua titik potong tsb ke dalam bidang cartecius kemudian hubungkan menjadi garis lurus.
- b. Gambar Kurva Penawaran Sebelum Pajak ( $Q_s = - a + bP$ )  
Berikut langkahnya :
- a) Tentukan titik potong terhadap sumbu Q, maka  $P = 0$ , sehingga diperoleh koordinat  $(Q,0)$
  - b) Tentukan titik potong terhadap sumbu P, maka  $Q = 0$ , sehingga diperoleh koordinat  $(0,P)$
  - c) Tentukan letak dua titik potong tsb ke dalam bidang cartecius kemudian hubungkan menjadi garis lurus.

### Contoh

Bila fungsi permintaan ditunjukkan oleh persamaan  $Q_d = 24 - 5P$  dan fungsi penawaran ditunjukkan oleh persamaan  $Q_s = 2P - 4$ . Buatlah gambar kurva keseimbangan pasar !

Jawab

- 1) Gambar Kurva Permintaan ( $Q_d = 24 - 5P$ )

- a) Tentukan titik potong terhadap sumbu Q, maka  $P = 0$

$$Q_d = 24 - 5P$$

$$Q_d = 24 - 5 \cdot 0$$

$$Q_d = 24 - 0$$

$$Q_d = 24$$

**Titik koordinatnya (24, 0)**

- b) Tentukan titik potong terhadap sumbu P, maka  $Q = 0$ ,

$$Q_d = 24 - 5P$$

$$0 = 24 - 5P$$

$$5P = 24$$

$$P = 4,8$$

**Jadi koordinatnya (0, 4,8)**

2) Gambar Kurva Penawaran ( $Q_s = 2P - 4$ )

a) Tentukan titik potong terhadap sumbu Q, maka  $P = 0$

$$Q_s = 2P - 4$$

$$Q_s = 2 \cdot 0 - 4$$

$$Q_s = -4$$

**Titik koordinatnya (-4, 0)**

b) Tentukan titik potong terhadap sumbu P, maka  $Q = 0$ ,

$$Q_s = 2P - 4$$

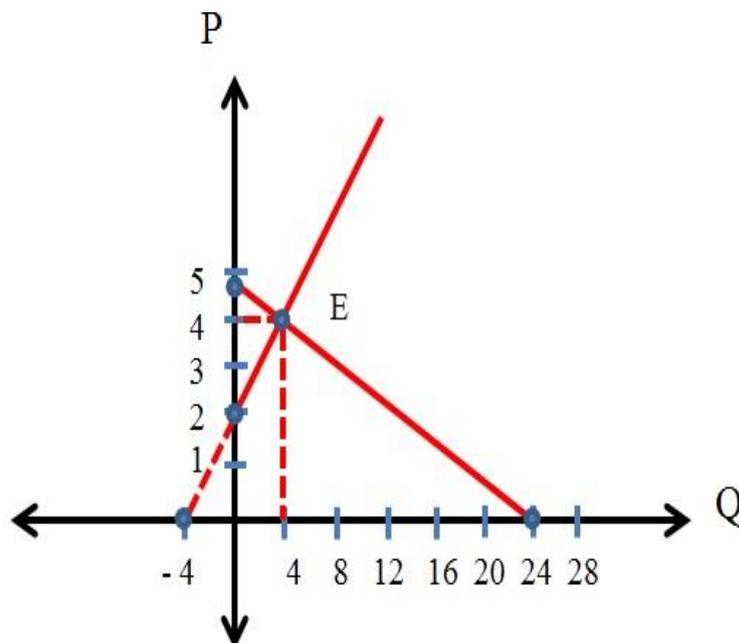
$$0 = 2P - 4$$

$$4 = 2P$$

$$P = 2$$

**Titik koordinatnya (0, 2)**

3) Gambar Kurvanya



### **C.LATIHAN**

**Jawablah pertanyaan di bawah ini dengan uraian yang tepat !**

1. Fungsi permintaan suatu barang ditunjukkan oleh persamaan  $Q_{dx} = 30 - 3P$ 
  - a. Berapakah jumlah produk yang diminta bila harganya adalah Rp. 5 dan Rp. 9 ?
  - b. Berapakah harganya bila jumlah produk yang diminta adalah 25 unit dan 100 unit ?
  - c. Gambarkan kurva fungsinya !
2. Suatu produk jika harganya Rp. 160, akan terjual 12 unit, dan bila harganya turun menjadi Rp. 100, akan terjual 25 unit. Tentukanlah fungsi permintaannya dan gambarkan kurvanya !
3. Fungsi penawaran suatu barang ditunjukkan oleh persamaan  $Q_{sx} = 2P - 1$ .
  - a. Berapakah jumlah produk yang ditawarkan bila harganya adalah 2 dan 10?
  - b. Berapakah harga yang ditawarkan bila jumlah produk yang ditawarkan adalah 25 dan 100?
  - c. Gambarkan kurva fungsinya !
4. Bila fungsi permintaan ditunjukkan oleh persamaan  $Q_d = 10 - 3P$  dan fungsi penawaran ditunjukkan oleh persamaan  $Q_s = 2P - 1$ .
  - a. Berapakah harga dan jumlah keseimbangannya ?
  - b. Buatlah gambar kurva keseimbangan pasarnya !

### **D.DAFTAR PUSTAKA**

- Hidayat, Wahyu. 2012. *Matematika Ekonomi*. Jakarta : Universitas Terbuka
- Kalangi, Bintang, Josep. 2015. *Matematika Ekonomi dan Bisnis*. Jakarta : Salemba Empat
- Sunyoto, Danang. 2009. *Dasar-Dasar Matematika Ekonomi Terapan*. Jakarta : Total Media

**PERTEMUAN  
KE 5****FUNGSI LINIER PADA PAJAK****A. TUJUAN PERKULIAHAN**

Setelah mempelajari materi ini, mahasiswa mampu :

1. Menjelaskan pengertian pajak
2. Menentukan perubahan persamaan fungsi penawaran setelah pajak
3. Menghitung penerimaan pemerintah dari pajak
4. Menghitung beban pajak yang ditanggung konsumen
5. Menghitung beban pajak yang ditanggung produsen
6. Menggambar kurva keseimbangan pasar sebelum dan sesudah pajak

**B. URAIAN MATERI****1. PAJAK (TAX/ t)****a. Konsep Pajak**

Pajak merupakan pungutan yang ditarik oleh pemerintah terhadap produsen. Pajak perunit diberi lambang dengan huruf "t". Apabila pemerintah menarik pajak sebesar "t" perunit, maka perusahaan akan mengalihkan beban pajak tersebut pada konsumen dengan cara menaikkan harga perunit produk yang dijual. Hal ini akan mempengaruhi fungsi penawaran produk di pasar.

Pengaruh pajak akan menggeser kurva fungsi penawaran sedangkan kurva fungsi permintaannya tetap. Fungsi penawaran setelah pajak menjadi :

$$P_{st} = - a + b + t$$

atau

$$Q_{st} = - a + b (P - t)$$

Keterangan :

$P_{st}$  = harga penawaran setelah pajak

$Q_{st}$  = jumlah produk yang ditawarkan setelah pajak

$t$  = pajak

## 2. PENERIMAAN PAJAK PEMERINTAH

$$T = t \times Q_{et}$$

Keterangan

$T$  = pajak yang diterima pemerintah

$t$  = besar pajak per unit

$Q_{et}$  = jumlah produk keseimbangan pasar setelah pajak

## 3. BEBAN PAJAK KONSUMEN

$$T_k = (P_{et} - P_e) \times Q_{et}$$

Keterangan

$T_k$  = pajak konsumen

$P_{et}$  = harga keseimbangan setelah pajak

$P_e$  = harga keseimbangan sebelum pajak

$Q_{et}$  = jumlah keseimbangan setelah pajak

## 4. BEBAN PAJAK PRODUSEN

$$T_p = T - T_k$$

Keterangan

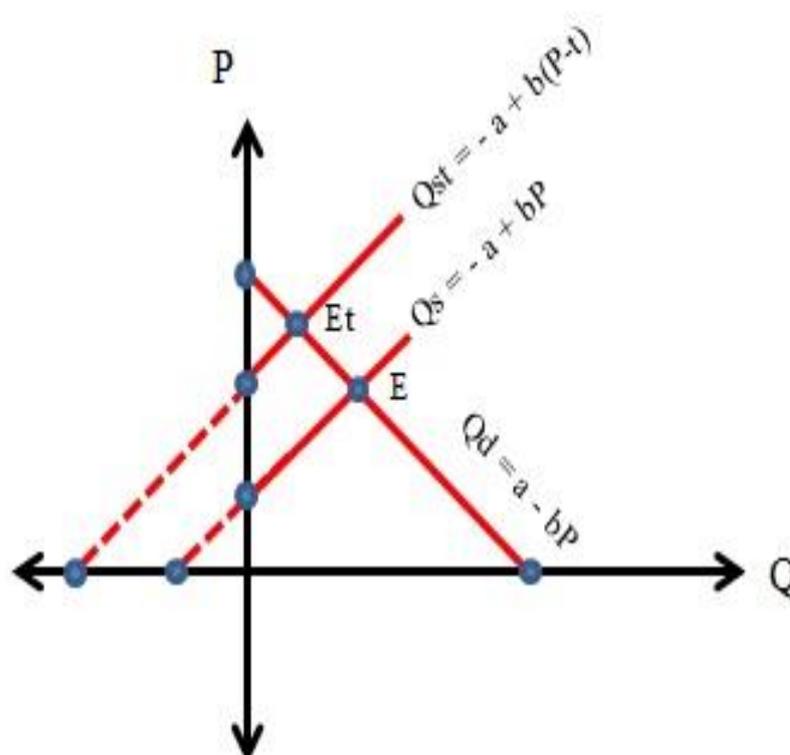
$T_p$  = pajak produsen

$T_k$  = pajak konsumen

$T$  = pajak yang diterima pemerintah

## 5. KURVA KESEIMBANGAN PASAR SEBELUM DAN SETELAH PAJAK

Sebelum dijelaskan mengenai cara menggambar kurva keseimbangan pasar sebelum dan setelah pajak, akan disajikan gambar kurvanya secara umum berikut ini :



**Gambar 5.1: Contoh Kurva Fungsi Keseimbangan Pasar Sebelum dan Setelah Pajak**

Berdasarkan gambar kurva di atas, terdapat 3 kurva yaitu kurva permintaan ( $Q_d = a - bP$ ), kurva penawaran sebelum pajak ( $Q_s = -a + bP$ ), dan kurva penawaran setelah pajak ( $Q_{st} = -a + b(P-t)$ ), maka dari itu langkah dalam menggambar kurvanya yaitu :

a. Gambar Kurva Permintaan ( $Q_d = a - bP$ )

Berikut langkahnya :

- 1) Tentukan titik potong terhadap sumbu Q, maka  $P = 0$ , sehingga diperoleh koordinat  $(Q,0)$

- 2) Tentukan titik potong terhadap sumbu P, maka  $Q = 0$ , sehingga diperoleh koordinat  $(0,P)$
  - 3) Tentukan letak dua titik potong tsb ke dalam bidang cartecius kemudian hubungkan menjadi garis lurus.
- b. Gambar Kurva Penawaran Sebelum Pajak ( $Q_s = - a + bP$ )
- Berikut langkahnya :
- 1) Tentukan titik potong terhadap sumbu Q, maka  $P = 0$ , sehingga diperoleh koordinat  $(Q,0)$
  - 2) Tentukan titik potong terhadap sumbu P, maka  $Q = 0$ , sehingga diperoleh koordinat  $(0,P)$
  - 3) Tentukan letak dua titik potong tsb ke dalam bidang cartecius kemudian hubungkan menjadi garis lurus.
- c. Gambar Kurva Penawaran Setelah Pajak ( $Q_{st} = - a + b(P-t)$ )
- Berikut langkahnya :
- 1) Tentukan titik potong terhadap sumbu Q, maka  $P = 0$ , sehingga diperoleh koordinat  $(Q,0)$
  - 2) Tentukan titik potong terhadap sumbu P, maka  $Q = 0$ , sehingga diperoleh koordinat  $(0,P)$
  - 3) Tentukan letak dua titik potong tsb ke dalam bidang cartecius kemudian hubungkan menjadi garis lurus.

### Contoh 1

Bila fungsi permintaan untuk suatu barang ditunjukkan oleh persamaan  $Q_d = 21 - 2P$  dan penawarannya  $Q_s = 3P - 4$ . Bila pemerintah mengenakan pajak sebesar Rp.2,-

- a. Berapakah besarnya jumlah dan harga keseimbangan sebelum ada pajak ?
- b. Berapakah besarnya jumlah dan harga keseimbangan setelah ada pajak ?
- c. Berapakah penerimaan pajak pemerintah, beban pajak konsumen dan beban pajak produsen?
- d. Gambarkan kurva keseimbangan pasar sebelum dan setelah pajak !

**Penyelesaian :**

a. jumlah dan harga keseimbangan sebelum ada pajak

syarat keseimbangan pasar :  $Q_d = Q_s$  atau  $P_d = P_s$

$$Q_d = Q_s$$

$$21 - 2P = 3P - 4$$

$$21 + 4 = 2P + 3P$$

$$25 = 5P$$

$$P = 5$$

Subtitusikan nilai P ke fungsi penawaran  $Q_s = 3P - 4$

$$Q_s = 3P - 4$$

$$Q_s = 3 \cdot (5) - 4$$

$$Q_s = 15 - 4$$

$$Q = 11$$

Jadi jumlah keseimbangannya ( $Q_e$ ) adalah 11, dan harga keseimbangannya ( $P_e$ ) adalah 5

b. jumlah dan harga keseimbangan setelah ada pajak

setelah pajak maka fungsi permintaan tetap yaitu  **$Q_d = 21 - 2P$**

sedangkan fungsi penawaran berubah menjadi :

$$Q_s = 3P - 4$$

$$Q_{st} = 3(P-2) - 4$$

$$Q_{st} = 3P - 6 - 4$$

$$\mathbf{Q_{st} = 3P - 10}$$

syarat keseimbangan pasar ,  $Q_d = Q_s$  atau  $P_d = P_s$

$$Q_d = Q_{st}$$

$$21 - 2P = 3P - 10$$

$$21 + 10 = 2P + 3P$$

$$31 = 5P$$

$$P = 6,2$$

Subtitusikan nilai P ke fungsi penawaran  **$Q_{st} = 3P - 10$**

$$Q_{st} = 3P - 10$$

$$Q_{st} = 3 \cdot (6,2) - 10$$

$$Q_{st} = 18,6 - 10$$

$$Q_{st} = 8,6$$

Jadi harga keseimbangannya setelah pajak ( $P_{et}$ ) adalah 6,2, dan jumlah keseimbangannya ( $Q_{et}$ ) adalah 8,6

**c. penerimaan pajak pemerintah, beban pajak konsumen dan beban pajak produsen**

**Penerimaan Pajak Pemerintah**

$$T = t \times Q_{et}$$

$$T = 2 \times 8,6$$

$$T = 17,2$$

**Pajak Konsumen**

$$T_k = (P_{et} - P_e) \times Q_{et}$$

$$T_k = (6,2 - 5) \times 8,6$$

$$T_k = 1,2 \times 8,6$$

$$T_k = 10,32$$

**Pajak Produsen**

$$T_p = T - T_k$$

$$T_p = 17,2 - 10,32$$

$$T_p = 6,88$$

**d. Gambar kurva keseimbangan pasar sebelum dan setelah pajak**

Sebelum menggambar kurvanya, perlu diketahui bahwa terdapat tiga kurva yaitu kurva permintaan, penawaran, dan penawaran setelah pajak. Maka dari itu cara menggambar kurvanya harus mencari titik potong terhadap sumbu Q dan sumbu P pada setiap kurva. Berikut ini langkahnya :

1) Kurva Permintaan ( $Q_d = 21 - 2P$ )

a) Titik potong terhadap sumbu Q, maka  $P = 0$

$$Q_d = 21 - 2P$$

$$Q_d = 21 - 2 \cdot 0$$

$$Q_d = 21$$

Jadi koordinatnya (21, 0)

b) Titik potong terhadap sumbu P, maka  $Q = 0$

$$Q_d = 21 - 2P$$

$$0 = 21 - 2P$$

$$2P = 21$$

$$P = 10 \frac{1}{2}$$

Jadi koordinatnya  $(0, 10 \frac{1}{2})$

2) Kurva Penawaran ( $Q_s = 3P - 4$ )

c) Titik potong terhadap sumbu Q, maka  $P = 0$

$$Q_s = 3P - 4$$

$$Q_s = 3 \cdot 0 - 4$$

$$Q_s = 0 - 4$$

$$Q_s = -4$$

Jadi koordinatnya (-4, 0)

d) Titik potong terhadap sumbu P, maka  $Q = 0$

$$Q_s = 3P - 4$$

$$0 = 3P - 4$$

$$4 = 3P$$

$$P = 1,3$$

Jadi koordinatnya  $(0, 1 \frac{1}{3})$

3) Kurva Penawaran setelah Pajak ( $Q_{st} = 3P - 10$ )

a) Titik potong terhadap sumbu Q, maka  $P = 0$

$$Q_{st} = 3P - 10$$

$$Q_{st} = 3 \cdot 0 - 10$$

$$Q_{st} = 0 - 10$$

$$Q_{st} = -10$$

Jadi koordinatnya (-10, 0)

b) Titik potong terhadap sumbu P, maka  $Q = 0$

$$Q_{st} = 3P - 10$$

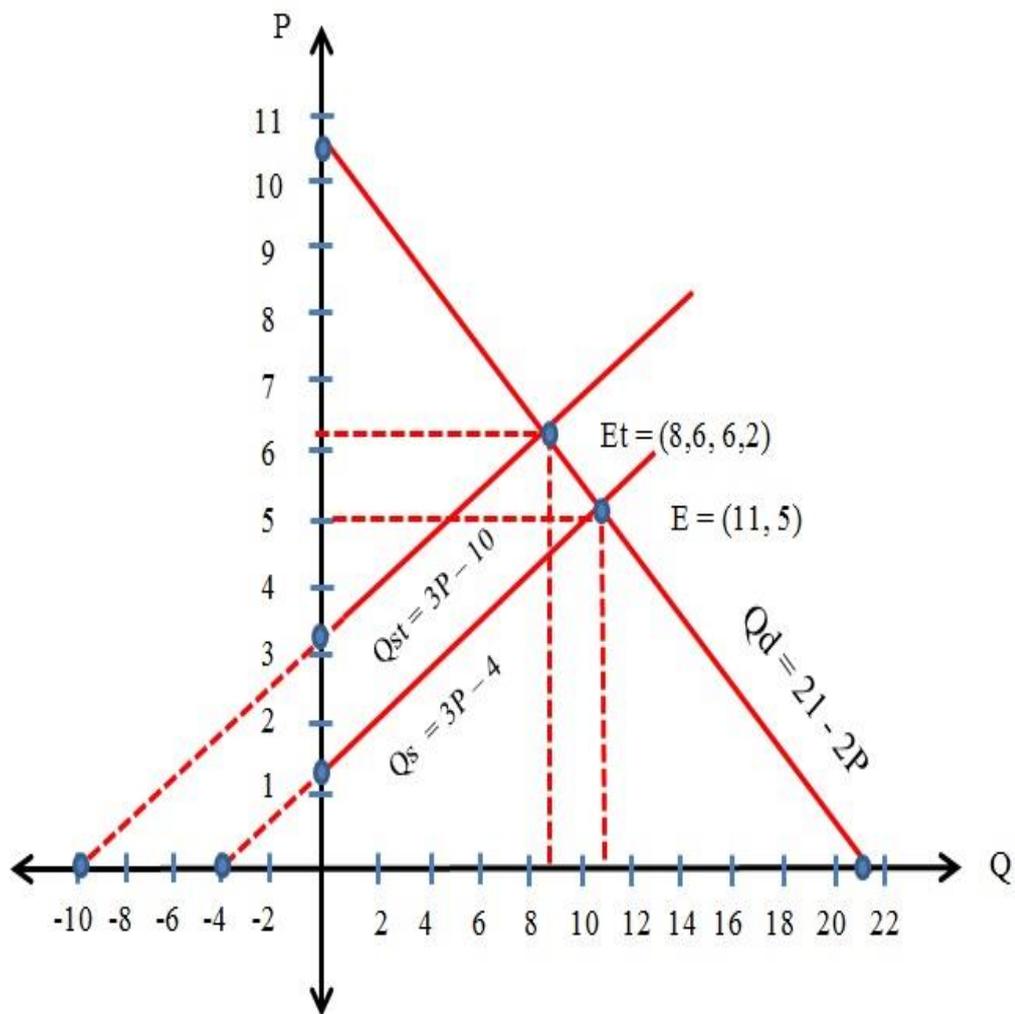
$$0 = 3P - 10$$

$$10 = 3P$$

$$P = 3,3$$

Jadi koordinatnya  $(0, 3\frac{1}{3})$

4) Gambar Kurvanya



### **C.LATIHAN**

**Jawablah pertanyaan di bawah ini dengan uraian yang tepat !**

Terdapat persamaan fungsi permintaan  $P = 20 - Q$ , dan fungsi penawaran  $P = 5 + 2Q$ , beban pajak produk perunit sebesar Rp. 2. Tentukan :

- a. Berapakah besarnya jumlah dan harga keseimbangan sebelum ada pajak ?
- b. Berapakah besarnya jumlah dan harga keseimbangan setelah ada pajak ?
- c. Berapakah penerimaan pajak pemerintah, beban pajak konsumen dan beban pajak produsen?
- d. Gambarkan kurva keseimbangan pasar sebelum dan setelah pajak !

### **D.DAFTAR PUSTAKA**

Hidayat, Wahyu. 2012. *Matematika Ekonomi*. Jakarta : Universitas Terbuka

Kalangi, Bintang, Josep. 2015. *Matematika Ekonomi dan Bisnis*. Jakarta : Salemba Empat

Sunyoto, Danang. 2009. *Dasar-Dasar Matematika Ekonomi Terapan*. Jakarta : Total Media

**PERTEMUAN  
KE 6****FUNGSI LINIER PADA SUBSIDI**

---

---

**A. TUJUAN PEMBELAJARAN**

Setelah mempelajari materi ini, mahasiswa mampu :

1. Menjelaskan pengertian subsidi
  2. Menentukan perubahan persamaan fungsi penawaran setelah subsidi
  3. Menghitung beban subsidi yang ditanggung pemerintah
  4. Menghitung subsidi yang diterima konsumen
  5. Menghitung subsidi yang diterima produsen
  6. Menggambar kurva keseimbangan pasar sebelum dan sesudah subsidi
- 

**B. URAIAN MATERI****1. SUBSIDI (S)**

Subsidi merupakan bantuan keuangan yang diberikan oleh pemerintah terhadap produsen. Subsidi perunit diberi lambang dengan huruf "s". Apabila pemerintah memberikan subsidi sebesar "s" perunit, maka beban perusahaan akan berkurang sehingga harga penawaran suatu produk akan diturunkan. Hal ini akan mempengaruhi fungsi penawaran produk di pasar.

Pengaruh subsidi akan menggeser kurva fungsi penawaran sedangkan kurva fungsi permintaannya tetap. Fungsi penawaran setelah subsidi menjadi:

$$P_{st} = -a + b - s$$

atau

$$Q_{st} = -a + b (P + s)$$

Keterangan :

$P_{st}$  = harga penawaran setelah pajak,  $s$  = subsidi per unit

$Q_{st}$  = jumlah produk yang ditawarkan setelah pajak

## 2. BEBAN SUBSIDI PEMERINTAH

$$S = s \times Q_{es}$$

Keterangan

$S$  = beban subsidi pemerintah

$s$  = besar subsidi per unit

$Q_{es}$  = jumlah produk keseimbangan pasar setelah subsidi

## 3. SUBSIDI YANG DITERIMA KONSUMEN

$$S_k = (P_e - P_{es}) \times Q_{es}$$

Keterangan

$S_k$  = subsidi konsumen

$P_{es}$  = harga keseimbangan setelah subsidi

$P_e$  = harga keseimbangan sebelum subsidi

$Q_{es}$  = jumlah keseimbangan setelah subsidi

## 4. SUBSIDI YANG DITERIMA PRODUSEN

$$S_p = S - S_k$$

Keterangan

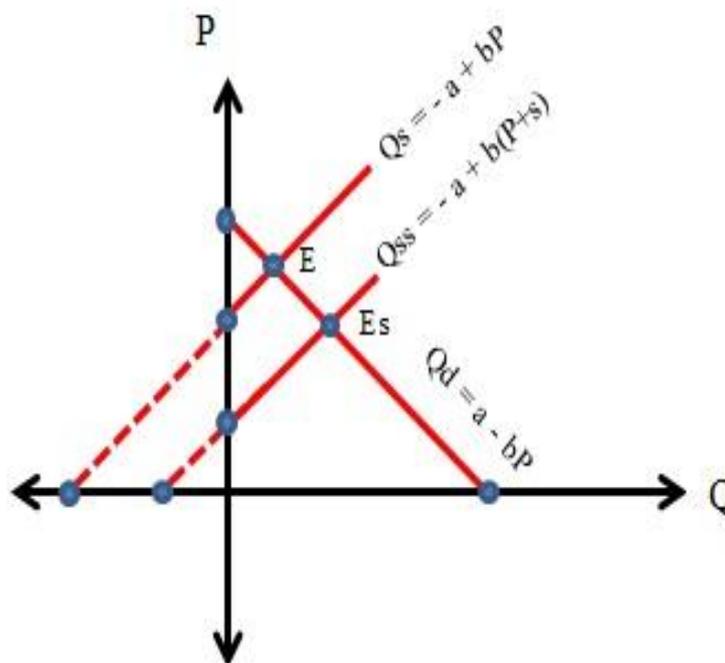
$S_p$  = subsidi yang diterima produsen

$S_k$  = subsidi yang diterima konsumen

$S$  = beban subsidi pemerintah

## 5. KURVA KESEIMBANGAN PASAR SEBELUM DAN SETELAH SUBSIDI

Sebelum dijelaskan mengenai cara menggambar kurva keseimbangan pasar sebelum dan setelah subsidi, akan disajikan gambar kurvanya secara umum berikut ini :



**Gambar 6.1: Contoh Kurva Fungsi Keseimbangan Pasar Sebelum dan Setelah Subsidi**

Berdasarkan gambar kurva di atas, terdapat 3 kurva yaitu kurva permintaan ( $Q_d = a - bP$ ), kurva penawaran sebelum subsidi ( $Q_s = -a + bP$ ), dan kurva penawaran setelah subsidi ( $Q_{ss} = -a + b(P+s)$ ), maka dari itu langkah dalam menggambar kurvanya yaitu :

a. Gambar Kurva Permintaan ( $Q_d = a - bP$ )

Berikut langkahnya :

- 1) Tentukan titik potong terhadap sumbu Q, maka  $P = 0$ , sehingga diperoleh koordinat  $(Q,0)$
- 2) Tentukan titik potong terhadap sumbu P, maka  $Q = 0$ , sehingga diperoleh koordinat  $(0,P)$
- 3) Tentukan letak dua titik potong tsb ke dalam bidang cartecius kemudian hubungkan menjadi garis lurus.

b. Gambar Kurva Penawaran Sebelum Subsidi ( $Q_s = -a + bP$ )

Berikut langkahnya :

- 1) Tentukan titik potong terhadap sumbu Q, maka  $P = 0$ , sehingga diperoleh koordinat  $(Q,0)$
- 2) Tentukan titik potong terhadap sumbu P, maka  $Q = 0$ , sehingga diperoleh koordinat  $(0,P)$
- 3) Tentukan letak dua titik potong tsb ke dalam bidang cartecius kemudian hubungkan menjadi garis lurus.

c. Gambar Kurva Penawaran Setelah Subsidi ( $Q_{st} = -a + b(P+s)$ )

Berikut langkahnya :

- 1) Tentukan titik potong terhadap sumbu Q, maka  $P = 0$ , sehingga diperoleh koordinat  $(Q,0)$
- 2) Tentukan titik potong terhadap sumbu P, maka  $Q = 0$ , sehingga diperoleh koordinat  $(0,P)$
- 3) Tentukan letak dua titik potong tsb ke dalam bidang cartecius kemudian hubungkan menjadi garis lurus.

### Contoh

Bila fungsi permintaan untuk suatu barang ditunjukkan oleh persamaan  $Q_d = 10 - P$  dan penawarannya  $Q_s = 2P - 6$ . Bila pemerintah mengenakan subsidi sebesar Rp. 2,-

- a. Berapakah besarnya jumlah dan harga keseimbangan sebelum ada subsidi ?
- b. Berapakah besarnya jumlah dan harga keseimbangan setelah ada subsidi ?
- c. Berapakah beban subsidi pemerintah, subsidi yang diterima konsumen dan subsidi yang diterima produsen?
- d. Gambarkan kurva keseimbangan pasar sebelum dan setelah subsidi !

### Penyelesaian :

#### a. jumlah dan harga keseimbangan sebelum ada pajak

syarat keseimbangan pasar :  $Q_d = Q_s$  atau  $P_d = P_s$

$$Q_d = Q_s$$

$$10 - P = 2P - 6$$

$$10 + 6 = 2P + P$$

$$16 = 3P$$

$$P = 5 \frac{1}{3}$$

Subtitusikan nilai P ke fungsi penawaran  $Q_s = 2P - 6$

$$Q_s = 2P - 6$$

$$Q_s = 2 \cdot (5 \frac{1}{3}) - 6$$

$$Q_s = 10,6 - 6$$

$$Q = 4,6$$

Jadi jumlah keseimbangannya ( $Q_e$ ) adalah 10, dan harga keseimbangannya ( $P_e$ ) adalah 4,6

#### **b. jumlah dan harga keseimbangan setelah ada pajak**

setelah pajak maka fungsi permintaan tetap yaitu  $Q_d = 10 - P$

sedangkan fungsi penawaran berubah menjadi :

$$Q_s = 2P - 6$$

$$Q_{ss} = 2(P+2) - 6$$

$$Q_{ss} = 2P + 4 - 6$$

$$\mathbf{Q_{ss} = 2P - 2}$$

syarat keseimbangan pasar ,  $Q_d = Q_s$  atau  $P_d = P_s$

$$Q_d = Q_{ss}$$

$$10 - P = 2P - 2$$

$$10 + 2 = 2P + P$$

$$12 = 3P$$

$$P = 4$$

Subtitusikan nilai P ke fungsi penawaran  $Q_{ss} = 2P - 2$

$$Q_{ss} = 2P - 2$$

$$Q_{ss} = 2 \cdot (4) - 2$$

$$Q_{ss} = 8 - 2$$

$$Q_{ss} = 6$$

Jadi harga keseimbangannya setelah pajak ( $P_{es}$ ) adalah 4, dan jumlah keseimbangannya ( $Q_{es}$ ) adalah 6

**c. penerimaan pajak pemerintah, beban pajak konsumen dan beban pajak produsen**

**Beban Subsidi Pemerintah**

$$S = t \times Q_{es}$$

$$S = 2 \times 6$$

$$S = 12$$

**Subsidi yang diterima Konsumen**

$$S_k = (P_e - P_{es}) \times Q_{es}$$

$$S_k = (5\frac{1}{3} - 4) \times 6$$

$$S_k = 1\frac{1}{3} \times 6$$

$$S_k = 8$$

**Subsidi yang diterima Produsen**

$$S_p = S - S_k$$

$$S_p = 12 - 8$$

$$S_p = 4$$

**d. Gambar kurva keseimbangan pasar sebelum dan setelah pajak**

Sebelum menggambar kurvanya, perlu diketahui bahwa terdapat tiga kurva yaitu kurva permintaan, penawaran, dan penawaran setelah subsidi. Maka dari itu cara menggambar kurvanya harus mencari titik potong terhadap sumbu Q dan sumbu P pada setiap kurva. Berikut ini langkahnya :

1) Kurva Permintaan ( $Q_d = 10 - P$ )

a) Titik potong terhadap sumbu Q, maka  $P = 0$

$$Q_d = 10 - P$$

$$Q_d = 10 - 2 \cdot 0$$

$$Q_d = 10$$

Jadi koordinatnya (10, 0)

b) Titik potong terhadap sumbu P, maka  $Q = 0$

$$Q_d = 10 - P$$

$$0 = 10 - P$$

$$P = 10$$

Jadi koordinatnya (0, 10)

2) Kurva Penawaran ( $Q_s = 2P - 6$ )

a) Titik potong terhadap sumbu Q, maka  $P = 0$

$$Q_s = 2P - 6$$

$$Q_s = 2 \cdot 0 - 6$$

$$Q_s = 0 - 6$$

$$Q_s = -6$$

Jadi koordinatnya (-6, 0)

b) Titik potong terhadap sumbu P, maka  $Q = 0$

$$Q_s = 2P - 6$$

$$0 = 2P - 6$$

$$6 = 2P$$

$$P = 3$$

Jadi koordinatnya (0, 3)

3) Kurva Penawaran setelah Subsidi ( $Q_{ss} = 2P - 2$ )

a) Titik potong terhadap sumbu Q, maka  $P = 0$

$$Q_{st} = 2P - 2$$

$$Q_{st} = 2 \cdot 0 - 2$$

$$Q_{st} = 0 - 2$$

$$Q_{st} = -2$$

Jadi koordinatnya (-2, 0)

b) Titik potong terhadap sumbu P, maka  $Q = 0$

$$Q_{st} = 2P - 2$$

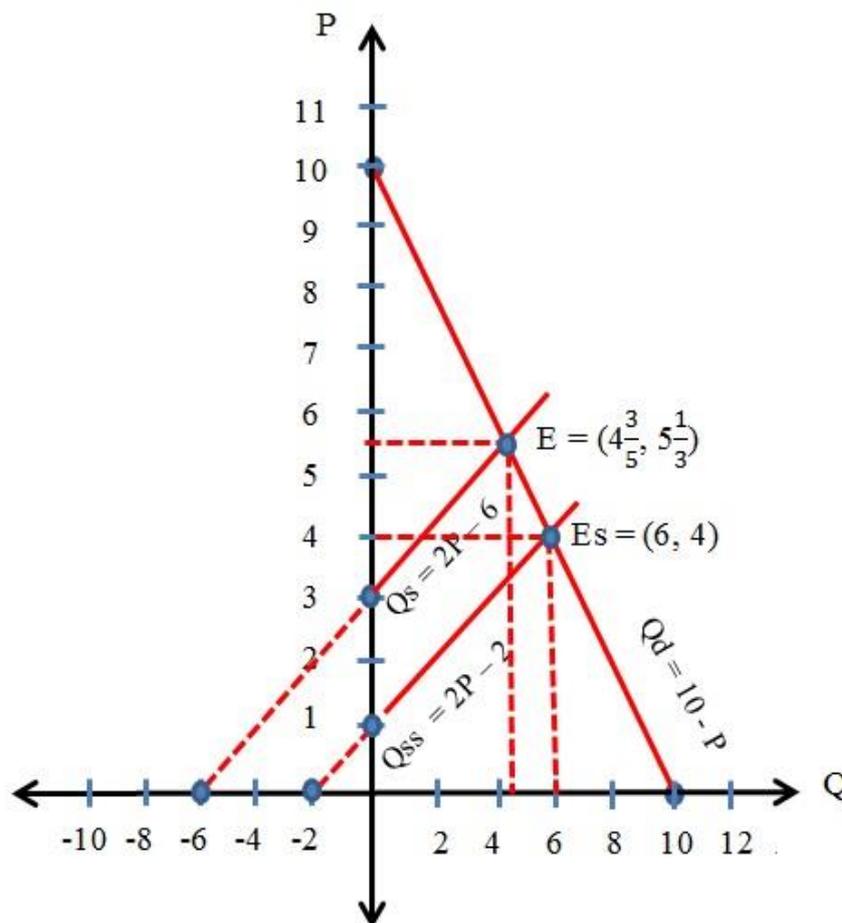
$$0 = 2P - 2$$

$$2 = 2P$$

$$P = 1$$

Jadi koordinatnya (0, 1)

#### 4) Gambar Kurvanya



### C. LATIHAN

**Jawablah pertanyaan di bawah ini dengan uraian yang tepat !**

Terdapat persamaan fungsi permintaan  $P = 20 - Q$ , dan fungsi penawaran  $P = 5 + 2Q$ , beban subsidi produk perunit sebesar Rp. 2. Tentukan :

1. Berapakah besarnya jumlah dan harga keseimbangan sebelum ada subsidi ?

2. Berapakah besarnya jumlah dan harga keseimbangan setelah ada subsidi ?
3. Berapakah beban subsidi pemerintah, subsidi yang diterima konsumen dan subsidi yang diterima produsen?
4. Gambarkan kurva keseimbangan pasar sebelum dan setelah subsidi !

#### **D.DAFTAR PUSTAKA**

Hidayat, Wahyu. 2012. *Matematika Ekonomi*. Jakarta : Universitas Terbuka

Kalangi, Bintang, Josep. 2015. *Matematika Ekonomi dan Bisnis*. Jakarta : Salemba Empat

Sunyoto, Danang. 2009. *Dasar-Dasar Matematika Ekonomi Terapan*. Jakarta : Total Media

**PERTEMUAN  
KE 7****FUNGSI LINIER PADA KONSUMSI DAN  
TABUNGAN****A. TUJUAN PEMBELAJARAN**

Setelah mempelajari materi ini, mahasiswa mampu :

1. Menjelaskan hakikat fungsi konsumsi
2. Menentukan persamaan fungsi konsumsi
3. Menggambar kurva fungsi konsumsi
4. Menjelaskan hakikat fungsi tabungan
5. Menentukan persamaan fungsi tabungan
6. Menggambar kurva fungsi tabungan
7. Menjelaskan pengertian BEP
8. Melukiskan kurva BEP

**B. URAIAN MATERI****1. FUNGSI KONSUMSI****a. Hakikat Fungsi Konsumsi**

Fungsi konsumsi adalah fungsi yang menunjukkan hubungan antara konsumsi (C) dengan pendapatan (Y). Pada umumnya, fungsi konsumsi diasumsikan mempunyai persamaan linear sebagai berikut :

$$C = a + b_c Y$$

**Keterangan :**

C = pengeluaran untuk konsumsi

Y = pendapatan

a = besarnya pengeluaran konsumsi saat pendapatan nol

$b_c$  = MPC, besarnya tambahan konsumsi karena adanya tambahan pendapatan.

Untuk mengetahui besarnya  $a$ , dapat dihitung dengan menggunakan rumus:

$$a = (APC - MPC) Y$$

APC adalah perbandingan antara besarnya konsumsi pada suatu tingkat konsumsi ( $C$ ) dengan besarnya tingkat pendapatan nasional itu sendiri ( $Y$ ).

$$APC = \frac{C}{Y}$$

MPC (Marginal Propensity to Consume) adalah angka perbandingan antara besarnya perubahan konsumsi dengan besarnya pendapatan nasional, sehingga dapat dirumuskan:

$$b = MPC = \frac{\Delta C}{\Delta Y}$$

### b. Mencari persamaan fungsi konsumsi

- 1) Untuk memperoleh persamaan konsumsi dapat pula digunakan rumus persamaan garis yang melalui 2 titik :

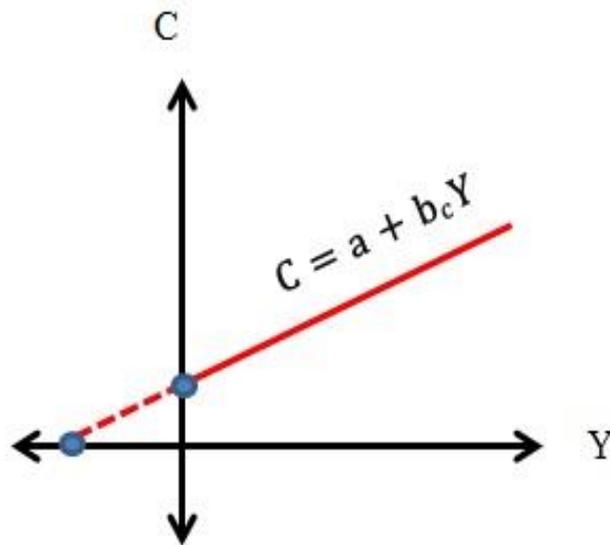
$$\frac{C - C_1}{Y - Y_1} = \frac{C_2 - C_1}{Y_2 - Y_1}$$

- 2) Atau dengan mengidentifikasi nilai  $a$  dan  $b$ , sehingga akan diperoleh bentuk persamaan :

$$C = a + b_c Y$$

### c. Menggambar Kurva Fungsi Konsumsi

Sebelum melukis grafik konsumsi akan disajikan gambar 7.1 tentang kurva fungsi konsumsi sebagai berikut :



**Gambar 7.1: Contoh Kurva Fungsi Konsumsi**

Berdasarkan gambar grafik fungsi konsumsi di atas, maka dalam melukis grafik tsb langkah-langkahnya adalah sebagai berikut :

- 1) Tentukan titik potong terhadap sumbu C, maka  $Y = 0$
- 2) Tentukan titik potong terhadap sumbu Y, maka  $C = 0$
- 3) Tentukan letak titik koordinat tsb pada bidang cartecius dan hubungkan dengan cara menggaris.

**Contoh 1 :**

Pada tingkat pendapatan Rp. 500.000, besarnya konsumsi Rp. 400.000, sedangkan pada tingkat pendapatan Rp. 1.000.000 besarnya konsumsi Rp. 600.000. Berdasarkan data tsb, tentukanlah fungsi konsumsinya, dan gambarkan grafik fungsinya

Penyelesaian :

Diketahui :

$$Y_1 = 500.000, C_1 = 400.000$$

$$Y_2 = 1.000.000, C_2 = 600.000$$

Ditanya :

- a. fungsi konsumsinya
- b. gambarkan kurva fungsinya ?

Dijawab :

**a. Persamaan fungsi konsumsi**

$$\frac{C - C_1}{Y - Y_1} = \frac{C_2 - C_1}{Y_2 - Y_1}$$

$$\frac{C - 400.000}{Y - 500.000} = \frac{600.000 - 400.000}{1.000.000 - 500.000}$$

$$\frac{C - 400.000}{Y - 500.000} = \frac{200.000}{500.000}$$

$$\frac{C - 400.000}{Y - 500.000} = \frac{2}{5}$$

$$(C - 400.000) 5 = (Y - 500.000) \cdot 2$$

$$5C - 2.000.000 = 2Y - 1.000.000$$

$$5C = 2Y + 1.000.000$$

$$C = 0,4Y + 200.000$$

**b. Gambar kurva**

1) Tentukan titik potong dengan sumbu C, maka  $Y = 0$

$$C = 0,4Y + 200.000$$

$$C = 0,4 \cdot (0) + 200.000$$

$$C = 200.000$$

**Koordinat (0, 200.000)**

2) Tentukan titik potong dengan sumbu Y, maka  $C = 0$

$$C = 0,4Y + 200.000$$

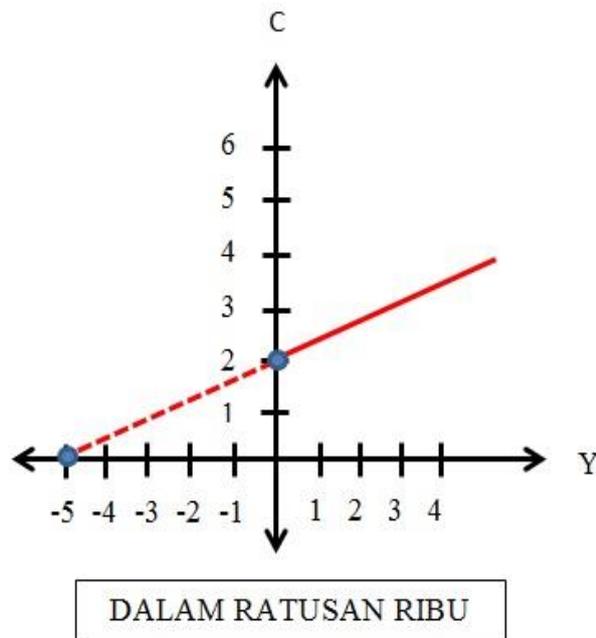
$$0 = 0,4Y + 200.000$$

$$- 0,4Y = 200.000$$

$$Y = - 500.000$$

**Koordinat (-500.000, 0)**

3) Tentukan letak titik koordinat tsb pada bidang cartecius dan hubungkan dengan cara menggaris.



## 2. FUNGSI TABUNGAN

### a. Fungsi tabungan

Fungsi tabungan yaitu fungsi yang menunjukkan hubungan antara tabungan (S) dengan pendapatan (Y). Dengan menggunakan rumus fungsi konsumsi, dapat ditentukan sebagai berikut :

$$Y = C + S$$

$$S = Y - C$$

Karena  $C = a + b_c Y$ , sehingga

$$S = Y - (a + b_c Y)$$

$$S = Y - a - b_c Y$$

$$S = -a + (1 - b_c) Y$$

Jadi, fungsi tabungan dapat juga dirumuskan sebagai berikut :

$$S = -a + (1 - b_c) Y$$

$$S = -a + b_s Y$$

Dengan  $1 - b_c = b_s = \text{MPS} = \frac{\Delta S}{\Delta Y}$

Berdasarkan rumusan diatas dapat disimpulkan bentuk fungsi tabungan adalah :

$$S = -a + (1-b_c)Y$$

Atau

$$S = -a + b_s Y$$

Keterangan :

S = tabungan

Y = pendapatan

a = besarnya pengeluaran konsumsi

$b_c$  = MPC

$b_s$  = MPS

### b. Mencari persamaan fungsi tabungan

1) Untuk memperoleh persamaan konsumsi dapat pula digunakan rumus persamaan garis yang melalui 2 titik :

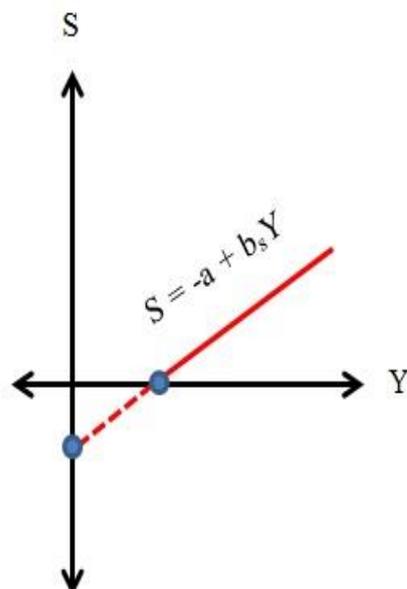
$$\frac{S - S_1}{Y - Y_1} = \frac{S_2 - S_1}{Y_2 - Y_1}$$

2) Atau dengan mengidentifikasi nilai a dan b, sehingga akan diperoleh bentuk persamaan :

$$S = -a + b_s Y$$

### c. Melukis grafik fungsi tabungan

Sebelum melukis grafik tabungan akan disajikan gambar 7.2 tentang kurva fungsi tabungan sebagai berikut :



**Gambar 7.2: Contoh Kurva Fungsi Tabungan**

Berdasarkan gambar grafik fungsi tabungan di atas, maka dalam melukis grafik tsb langkah-langkahnya adalah sebagai berikut :

- 1) Tentukan titik potong dengan sumbu Y, maka  $S = 0$
- 2) Tentukan titik potong dengan sumbu S, maka  $Y = 0$
- 3) Tentukan letak titik koordinat tsb pada bidang cartecius dan hubungkan dengan cara menggaris.

**Contoh 2 :**

Suatu masyarakat tidak bisa menabung bila pendapatannya hanya Rp. 20.000.000,- dan meskipun pendapatannya nol, mereka masih harus melakukan konsumsi sebesar Rp 10.000.000,-. Bagaimanakah bentuk fungsi tabungannya dan gambar grafik fungsinya ?

Penyelesaian :

Diketahui :

$S = 0$ , jika  $Y = 20.000.000$ , maka  $C = 20$  juta

$a = 10.000.000$ , jika  $Y = 0$

Ditanya :

- 1) fungsi tabungannya (S)
- 2) gambar kurva fungsinya

Dijawab :

### 1) Fungsi Tabungan

$$C = a + b_c Y$$

$$20 \text{ juta} = 10 \text{ juta} + 20 \text{ juta } b$$

$$10 \text{ juta} = 20 \text{ juta } b$$

$$b = 0,5$$

$$S = -a + (1-b)Y$$

$$S = -10 \text{ juta} + 0,5 Y$$

### 2) Grafik fungsi

a) Tentukan titik potong dengan sumbu Y, maka  $S = 0$

$$S = -10 \text{ juta} + 0,5 Y$$

$$0 = -10 \text{ juta} + 0,5 Y$$

$$10 \text{ juta} = 0,5 Y$$

$$Y = 20 \text{ juta}$$

**Koordinat A (20 juta, 0)**

b) Tentukan titik potong dengan sumbu S, maka  $Y = 0$

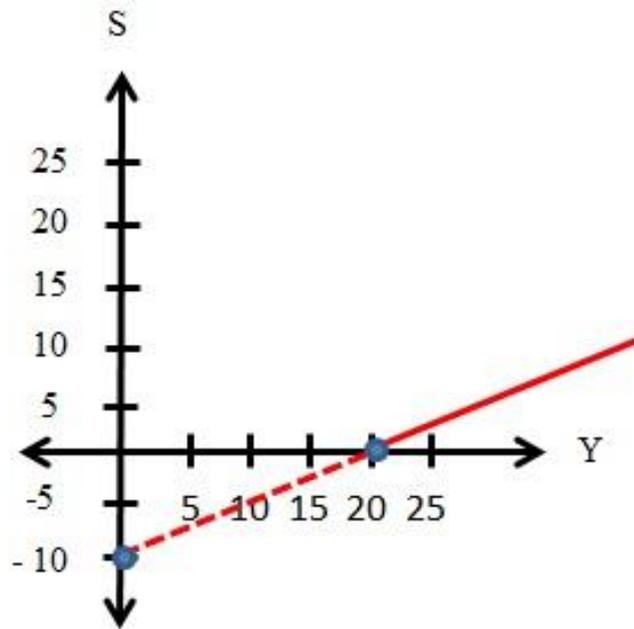
$$S = -10 \text{ juta} + 0,5 Y$$

$$S = -10 \text{ juta} + 0,5 (0)$$

$$S = -10 \text{ juta}$$

**Koordinat B (0, -10 juta)**

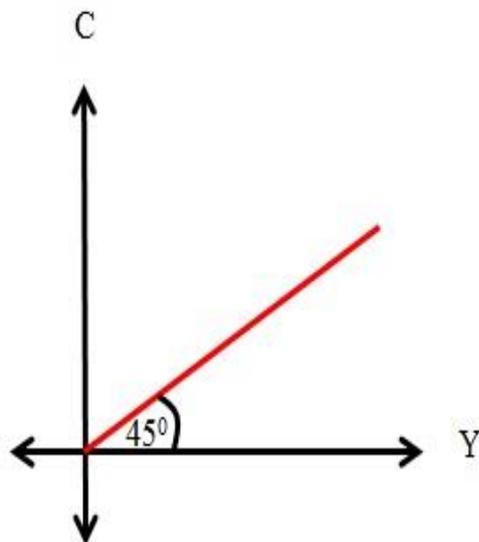
c) Tentukan letak titik koordinat tsb pada bidang cartecius dan hubungkan dengan cara menggaris.



### 3. BEP (Break Even Point)/ Titik Impas

Tingkat pendapatan BEP adalah tingkat pendapatan di mana besarnya pendapatan sama dengan besarnya pengeluaran untuk konsumsi, atau dapat dikatakan  $Y = C$  atau  $Y - C = 0$ , sehingga  $S = 0$

Berikut ini gambar grafik BEP :



**Gambar 7.3: Contoh Kurva BEP**

### **C. LATIHAN**

**Jawablah pertanyaan di bawah ini dengan uraian yang tepat !**

1. Pada tingkat pendapatan sebesar Rp25.000,- konsumsi yang dilakukan adalah Rp 20.000,- dan bila pendapatannya sebesar Rp35.000,- besarnya konsumsi adalah Rp. 25.000,-.
  - a. Tunjukkan fungsi konsumsinya.
  - b. Gambarkan grafik fungsi konsumsinya
2. Suatu masyarakat tidak bisa menabung bila pendapatannya hanya Rp 25 juta dan meskipun pendapatannya nol, mereka masih harus melakukan konsumsi sebesar Rp 15 juta.
  - a. Bagaimanakah bentuk fungsi tabungannya
  - b. Gambarkan grafik fungsi tabungannya
3. Suatu fungsi konsumsi yang ditunjukkan oleh persamaan  $C = a + bY$ , diketahui bahwa  $b = 0,75$  dan titik impasnya 80 miliar. a) Tentukan fungsi konsumsi dan tabungannya b) besarnya tabungan bila konsumsi mencapai 95 miliar

### **D. DAFTAR PUSTAKA**

- Hidayat, Wahyu. 2012. *Matematika Ekonomi*. Jakarta : Universitas Terbuka
- Kalangi, Bintang, Josep. 2015. *Matematika Ekonomi dan Bisnis*. Jakarta : Salemba Empat
- Sunyoto, Danang. 2009. *Dasar-Dasar Matematika Ekonomi Terapan*. Jakarta : Total Media

**PERTEMUAN****KE 8****BARISAN****A. TUJUAN PEMBELAJARAN**

Setelah mempelajari materi ini, mahasiswa mampu :

1. Menjelaskan definisi barisan
2. Menjelaskan konsep barisan aritmatika
3. Menjelaskan konsep barisan geometri
4. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan barisan aritmatika dan barisan geometri

**B. URAIAN MATERI****1. PENGERTIAN BARISAN**

Barisan bilangan adalah susunan bilangan yang diurutkan menurut aturan tertentu. Bentuk umum barisan bilangan  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ . Setiap unsur pada barisan bilangan disebut suku. Suku ke- $n$  dari suatu barisan ditulis dengan simbol  $U_n$  ( $n$  merupakan bilangan asli). Untuk suku pertama dinyatakan dengan simbol  $a$  atau  $U_1$ . Berdasarkan banyaknya suku, barisan dapat dibedakan menjadi dua macam, yaitu :

- a. Barisan berhingga, jika banyaknya suku-suku tertentu jumlahnya.
- b. Barisan tak berhingga, jika banyaknya suku-suku tak berhingga jumlahnya.

**2. BARISAN ARITMATIKA (BEDA)****a. Mencari Beda**

Perhatikan barisan aritmatika  $1, 3, 5, 7, \dots$  dan  $2, 4, 6, 8, \dots$ ; setiap selisih antara dua suku yang berurutan adalah tetap nilainya yaitu:

$$3-1 = 5-3 = 7-5 = \dots = 2$$

$$4-2 = 6-4 = 8-6 = \dots = 2$$

Secara umum  $U_1, U_2, U_3, U_4, \dots, U_n$  adalah barisan aritmatika apabila  $U_2 - U_1 = U_3 - U_2 = U_4 - U_3 = \dots = U_n - U_{n-1} = \text{konstanta}$ . Konstanta ini disebut *beda* dan ditanyakan dengan  $b$ . pada setiap barisan aritmatika berlaku sebagai berikut :

$$U_n - U_{n-1} = b$$

Keterangan :

$U_n$  = suku ke  $n$

$b$  = beda

### b. Mencari rumus untuk suku ke- $n$

Jika suatu pertama barisan atritmatika  $U_1$  dinamakan  $a$  dan bedanya  $b$  maka diperoleh:

$$U_1 = a = a + (1 - 1)b$$

$$U_2 - U_1 = b \leftrightarrow U_2 = U_1 + b = a + b = a + (2-1)b$$

$$U_3 - U_2 = b \leftrightarrow U_3 = U_2 + b = a + b + b = a + 2b = a + (3-1)b$$

$$U_4 - U_3 = b \leftrightarrow U_4 = U_3 + b = a + b + b + b = a + 3b = a + (4-1)b$$

dan seterusnya.

Berdasarkan suku ke- $n$  barisan aritmatika dengan melihat pola di atas adalah:

$$U_n = a + (n - 1)b$$

Keterangan :

$U_n$  = besar suku ke- $n$

$a$  = suku pertama ,  $b$  = beda

### c. Sifat Barisan Aritmatika

$$2U_t = U_{t-p} + U_{t+p}$$

atau

$$U_t = \frac{U_{t-p} + U_{t+p}}{2}$$

Dengan  $t > P$ ,  $t$  dan  $P$  adalah bilangan asli,

Contoh penerapan sifat barisan aritmatika :

Misal  $t = 2$ , dan  $P = 1$

$$U_2 = \frac{U_{2-1} + U_{2+1}}{2}$$

$$U_2 = \frac{U_1 + U_3}{2}$$

#### d. Permasalahan yang Berkaitan Dengan Barisan Aritmatika

##### Contoh 1 :

Carilah tiga suku berikutnya dari barisan aritmatika 1, 4, 7, 10,....

Diketahui :  $U_1 = a = 1$

$$U_2 = 4$$

Ditanya :  $U_5, U_6, U_7 = ?$

Jawab :

$$b = U_2 - U_1 = 4 - 1 = 3$$

$$U_5 = a + (n-1)b = 1 + 4.3 = 1 + 12 = 13$$

$$U_6 = a + (n-1)b = 1 + 5.3 = 1 + 15 = 16$$

$$U_7 = a + (n-1)b = 1 + 6.3 = 1 + 18 = 19$$

Tiga suku berikutnya adalah 1, 4, 7, 10, **13, 16, 19**

##### Contoh 2 :

Suatu barisan aritmatika diketahui suku kelima adalah 21 dan suku kesepuluh adalah 41, tentukan besarnya suku ke-50

Jawab:

Diketahui :  $U_5 = 21$

$$U_{10} = 41$$

Ditanya :  $U_{50} = ?$

Jawab :

Karena yang diketahui yaitu dua suku maka kita gunakan metode eliminasi dan substitusi. Untuk membentuk kedua fungsi menggunakan perumusan awal suku ke  $-n$  yaitu

Suku yang ke-10 dan suku yang ke -5

$$U_n = a + (n-1)b$$

Suku yang ke-10 yaitu

$$U_{10} = a + (10-1)b$$

$$41 = a + 9b \dots\dots \text{persamaan (1)}$$

Suku yang ke-5 yaitu

$$U_n = a + (n-1)b$$

$$U_5 = a + (5-1)b$$

$$21 = a + 4b \dots\dots \text{persamaan (2)}$$

Eliminasi persamaan 1 dan 2

$$41 = a + 9b$$

$$21 = a + 4b \quad -$$

---

$$20 = 5b$$

$$B = 20/5$$

$$\mathbf{b = 4}$$

substitusi nilai b pada persamaan (1) maka :

$$41 = a + 9b$$

$$41 = a + 9(4)$$

$$41 = a + 36$$

$$a = 41 - 36$$

$$\mathbf{a = 5}$$

Untuk menentukan suku yang ke-50 maka gunakan perumusan berikut

$$U_n = a + (n-1)b$$

$$U_{50} = a + (50-1) \cdot 4$$

$$= 5 + 49 \cdot 4$$

$$= 5 + 196$$

$$U_{50} = 201$$

**Jadi, besarnya suku ke-50 adalah 201**

**Contoh 3**

Seorang ibu membagikan permen kepada 5 orang anaknya menurut aturan barisan aritmetika. Semakin muda usia anak semakin banyak permen yang diperoleh. Banyak permen yang diterima anak kedua 11 buah dan anak keempat 19 buah. Berapa banyak permen yang diterima oleh anak terkecil?

**Penyelesaian:**

Misal permen yang diterima 5 anak tersebut mulai dari anak tertua adalah  $a, a + b, a + 2b, a + 3b, a + 4b$

$$a + b = 11 \dots \text{persamaan 1)}$$

$$a + 3b = 19 \dots \text{persamaan 2)}$$

Persamaan 2) dikurangkan dengan 1) diperoleh :

$$a + 3b = 19$$

$$a + b = 11 \quad -$$

$$\hline 2b = 8$$

$$b = 4$$

Sehingga

$$a + b = 11$$

$$a + 4 = 11$$

$$a = 7$$

$$a + 4b = 7 + 4(4) = 23$$

**Jadi, banyak permen yang diterima anak terkecil adalah 23 buah.**

**3. BARISAN GEOMETRI (RASIO)****a. Mencari rasio**

Bila kita perhatikan pada barisan 1, 2, 4, 8, 16, ..., setiap perbandingan dua suku yang berurutan adalah tetap harganya, yaitu:

$$\frac{2}{1}, \frac{4}{2}, \frac{8}{4}, \frac{16}{8}, \dots = 2$$

Secara umum  $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$  adalah barisan geometri bila :

$$\frac{U_2}{U_1}, \frac{U_3}{U_2}, \frac{U_4}{U_3}, \frac{U_5}{U_4}, \dots = \frac{U_n}{U_{n-1}} = \text{konstanta},$$

Konstanta ini disebut rasio (perbandingan) dan dinyatakan dengan  $r$ .  
pada setiap barisan geometri berlaku:

$$\frac{U_n}{U_{n-1}} = r$$

Keterangan :

$U_n$  = suku ke- $n$

$r$  = rasio

### b. Mencari rumus suku ke $n$

Jika suku pertama barisan geometri dinamakan  $a$  dan rasionya atau perbandingannya  $r$  maka diperoleh:

$$U_1 = a = ar^{1-1}$$

$$\frac{U_2}{U_1} = r \leftrightarrow U_2 = U_1 \cdot r = ar^{2-1}$$

$$\frac{U_3}{U_2} = r \leftrightarrow U_3 = U_2 \cdot r = ar \cdot r = ar^{3-1}$$

$$\frac{U_4}{U_3} = r \leftrightarrow U_4 = U_3 \cdot r = ar \cdot r \cdot r = ar^{4-1}, \text{ dan seterusnya}$$

Besarnya suku ke- $n$  barisan geometri dengan melihat pola di atas adalah sebagai berikut :

$$U_n = ar^{n-1}$$

Keterangan :

$U_n$  = suku ke- $n$

$a$  = suku pertama

$r$  = rasio

### c. Sifat Barisan Geometri

$$U_t^2 = U_{t-p} + U_{t+p}$$

Dengan  $t > p$ ,  $t$  dan  $p$  adalah bilangan asli,

Contoh penerapan sifat itu adalah

$$U_3^2 = U_{3-2} + U_{3+2}$$

$$U_3^2 = U_1 + U_5$$

#### d. Permasalahan yang Berkaitan Dengan Barisan Aritmatika

##### Contoh 1 :

Tentukan rumus umum suku ke- $n$  barisan 16, 8, 4, 2,....., dan tentukan suku ke-20.

Diketahui :  $U_1 = a = 16$

$$U_2 = 8$$

Ditanya :  $U_{20} = ?$

Jawab :

$$r = \frac{U_n}{U_{n-1}} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

$$U_n = ar^{n-1}$$

$$U_{20} = 16\left(\frac{1}{2}\right)^{20-1}$$

$$U_{20} = 16\left(\frac{1}{2}\right)^{19}$$

$$U_{20} = 2^4 \cdot 2^{-1 \cdot 19}$$

$$U_{20} = 2^{(4-19)}$$

$$U_{20} = 2^{-15}$$

$$U_{20} = \frac{1}{2^{15}}$$

### C.LATIHAN

**Jawablah pertanyaan di bawah ini dengan uraian yang tepat !**

- Carilah Suku yang diminta dalam setiap barisan geometri di bawah ini!
  - 2,6,18,...,U5
  - $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, 2, \dots, U_{10}$
  - 225, 75, 25,...,U6
  - 100, -110, 121,...,U15
- Tiga bilangan membentuk barisan geometri. Jumlah tiga bilangan itu adalah 147 dan hasil kalinya adalah 21952. Tentukan barisan geometri tersebut!
- Tentukan 8 suku pertama dari suatu barisan aritmetika yang suku ke-2 adalah 42 dan suku ke-6 adalah 72.

#### **D.DAFTAR PUSTAKA**

- Bartle, G.R. 2000. *Introduction to Riil Analysis. 3th* . New. York : John Wiley and Sons.
- Djohan, Warsoma, dan Wono Setya Budhi. 2007. *Dikdat Kalkulus 1*. Bandung : Institut Teknologi Bandung
- Heri, Robertus. 2009. *Buku Ajar Kalkulus 1*. Semarang : Universitas Diponegoro
- Prayudi. 2006. *Kalkulus: Fungsi Satu Variabel*. Jogjakarta: Graha Ilmu
- Purcell, E.J, dan Dale Varberg. 2005. *Kalkulus dan Geometri Analitis Jilid 1*. Jakarta: Erlangga

**PERTEMUAN****KE 9****DERET****A. TUJUAN PEMBELAJARAN**

Setelah mempelajari materi ini, mahasiswa mampu :

1. Menjelaskan pengertian deret
2. Menghitung deret aritmatika
3. Menghitung deret geometri
4. Menuliskan notasi sigma deret geometri

**B. URAIAN MATERI****1. PENGERTIAN DERET**

Bila suku-suku pada suatu baris dijumlah maka jumlah tersebut dinamakan deret. Jadi, deret merupakan penjumlahan semua suku suatu baris. Secara umum suatu deret dapat ditulis sebagai berikut :

$$S_n = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + \dots + U_{n-1} + U_n$$

Deret dapat dibedakan menjadi deret hitung, deret ukur, dan deret harmoni. Deret hitung merupakan jumlah suku-suku barisan hitung, deret ukur merupakan jumlah suku-suku barisan ukur, dan deret harmoni merupakan jumlah suku-suku barisan harmoni. Deret hitung sering disebut juga deret aritmatika, dan deret ukur sering disebut deret geometri.

Contoh:

- a. Deret hitung :  $1 + 2 + 3 + \dots + n$
- b. Deret ukur :  $5 + 10 + 20 + \dots + 5(2^{n-1})$
- c. Deret harmoni :  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$

Pada bab ini akan dibahas tentang deret hitung (deret aritmatika) dan deret ukur (deret geometri)

## 2. DERET HITUNG/ ARITMATIKA

Apabila  $a$  adalah suku pertama suatu baris ( $U_1$ ) dan  $b$  adalah beda antara dua suku yang berurutan maka sesuai dengan pengertian deret hitung, diperoleh :

$$\begin{aligned} S_n &= U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_{n-1} + U_n \\ S_n &= a + (a+b) + (a+2b) + \dots + (a+(n-2)b) + (a+(n-1)b) \\ S_n &= a+(n-1)b + a+(n-2)b + a+(n-3)b + \dots + (a+b) + a \end{aligned}$$

$$2S_n = 2a+(n-1)b + 2a+(n-1)b + 2a+(n-1)b + \dots + 2a+(n-1)b + 2a+(n-1)b$$

$$2S_n = n \times [2a+(n-1)b]$$

$$S_n = \frac{n}{2} \times [2a+(n-1)b]$$

$$S_n = \frac{n}{2} \times [a+a+(n-1)b], \text{ karena } a+(n-1)b = U_n$$

Maka diperoleh rumus :

$$S_n = \frac{1}{2} n (a+U_n)$$

Keterangan :

$S_n$  : jumlah suku  $n$  pertama

$N$  : suku ke  $n$  , dimana  $n = 1, 2, 3, \dots$

$a$  : suku pertama atau  $U_1$

$b$  : beda antara suku yang berurutan dengan perumusan

$$b = U_2 - U_1$$

atau

$$b = U_n - U_{n-1}$$

$U_n$  : suku ke- $n$

Contoh :

Diketahui deret hitung yaitu

$$7 + 11 + 15 + \dots$$

Tentukan:

- Suku ke-10
- Jumlah 10 suku pertama
- Jumlah 20 suku pertama

Jawab :

Diketahui :

Suku pertama yaitu

$$a = 7$$

beda suku

$$b = 11 - 7 = 15 - 11 = 4$$

a. Suku ke-10 yaitu

$$U_{10} = a + (n - 1)b$$

$$U_{10} = 7 + (10 - 1)4$$

$$U_{10} = 7 + (9 * 4)$$

$$U_{10} = 7 + 36$$

$$U_{10} = 43$$

Jadi suku ke-10 yaitu 43

b. Jumlah suku 10 pertama yaitu

$$S_{10} = \frac{10}{2}(7 + 43)$$

Menggunakan perumusan ini karena sudah diketahui suku yang terakhir yang dihitung atau suku yang ke-10.

$$S_{10} = 5(50)$$

$$S_{10} = 250$$

Jadi jumlah suku 10 pertam yaitu 250

c. Jumlah 20 suku pertama yaitu

$$S_{20} = \frac{20}{2}((2x7) + (20 - 1)x4)$$

Menggunakan perumusan yang ini dikarenakan belum diketahui suku terakhir yang dihitung.

$$S_{20} = 10(14 + (19x4))$$

$$S_{20} = 10(14 + 76)$$

$$S_{20} = 10x90$$

$$S_{20} = 100$$

### 3. DERET UKUR/ GEOMETRI

Apabila  $a$  adalah suku pertama suatu baris ( $U_1$ ) dan  $r$  adalah rasio antara dua suku yang berurutan maka sesuai dengan pengertian deret ukur, diperoleh:

$$S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$$

$$S_n = a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1}$$

$$S_n \cdot r = a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1} + ar^n$$

---


$$S_n - (S_n \cdot r) = a + 0 + 0 + \dots + 0 - ar^n$$

$$S_n - (S_n \cdot r) = a - ar^n$$

$$S_n (1-r) = a (1 - r^n)$$

Sehingga perumusan untuk menentukan jumlah suku  $n$  pertama yaitu

$$S_n = a \frac{1-r^n}{1-r}$$

Dengan syarat untuk  $r < 1$

Sedangkan untuk nilai  $r > 1$  menggunakan perumusan :

$$S_n = a \frac{r^n - 1}{r - 1}$$

Diketahui :

$a$  : suku pertama

$r$  : rasio antara suku yang berurutan dengan perumusan

$$r = \frac{U_2}{U_1} = \frac{U_n}{U_{n-1}}$$

$S_n$  : jumlah suku pertama pada deret geometri

Contoh:

Diketahui deret hitung/ geometri yaitu

$$2 + 4 + 8 + 16 + \dots$$

Tentukan

a. suku yang ke-10

b. jumlah 10 suku pertama

jawab:

diketahui suku pertama yaitu:

$$a = 2$$

dengan rasio

$$r = \frac{4}{2} = \frac{8}{4} = 2$$

Sehingga

a. suku ke-10

$$U_{10} = a \cdot r^{n-1}$$

$$U_{10} = 2 \cdot 2^{10-1}$$

$$U_{10} = 2 \cdot 2^9$$

$$U_{10} = 2^{10}$$

$$U_{10} = 1024$$

c. jumlah 10 suku pertama

karena nilai  $r > 1$  maka menggunakan perumusan :

$$S_n = a \frac{r^n - 1}{r - 1}$$

$$S_{10} = \frac{2(2^{10} - 1)}{2 - 1}$$

$$S_{10} = \frac{2(1024 - 1)}{1}$$

$$S_{10} = 2(1023)$$

$$S_{10} = 2046$$

Jadi jumlah 10 suku pertama 2046

#### 4. NOTASI SIGMA

Untuk menyingkat cara penulisan dapat dipakai tanda  $\Sigma$  dan dibaca "sigma" sehingga deret dapat ditulis menjadi :

$\sum_{i=1}^n a_i$  , untuk deret terhingga

$\sum_{i=1} a_i$  , untuk deret tak terhingga

**Contoh :**

Nyatakanlah penjumlahan berikut  $2+4+6+8+10$  ke dalam notasi sigma!

Penyelesaian :

Deret tersebut merupakan Deret aritmatika, maka langkah-langkah menentukan ke dalam notasi sigma adalah :

a. Tentukan pola deret.

Suku ke -	Hasil	Pola
U <sub>1</sub>	2	2 x 1
U <sub>2</sub>	4	2 x 2
U <sub>3</sub>	6	2 x 3
U <sub>n</sub>	....	2 x n

b. Masukkan pola tersebut ke dalam bentuk sigma,

c. Karena deret tersebut termasuk deret terhingga, maka diperoleh notasi sigma sebagai berikut:

$$\sum_{n=1}^5 2n$$

### **C.LATIHAN**

**Jawablah pertanyaan di bawah ini dengan uraian yang tepat !**

- Nyatakanlah penjumlahan berikut ini ke dalam notasi sigma!
  - 1+3+5+7+9
  - 2 + 5 + 8 + 11 + 14 + 17
- Hitunglah jumlah deret aritmetika berikut ini!
  - 1+3+5+7+... sampai suku ke-60
  - 8+ 11 + 14 + 17 +... sampai suku ke-20
- Hitunglah jumlah 60 suku yang pertama dari deret geometri 2+4+8+16+....
- Diketahui deret geometri 3 + 32 +33 +... + 3n. Jika jumlah deret tersebut 1.092, berapakah n?

### **D.DAFTAR PUSTAKA**

- Bartle, G.R. 2000. *Introduction to Riil Analysis. 3th* . New. York : John Wiley and Sons.
- Djohan, Warsoma, dan Wono Setya Budhi. 2007. *Dikdat Kalkulus 1*. Bandung : Institut Teknologi Bandung

- Heri, Robertus. 2009. *Buku Ajar Kalkulus 1*. Semarang : Universitas Diponegoro
- Prayudi. 2006. *Kalkulus: Fungsi Satu Variabel*. Jogjakarta: Graha Ilmu
- Purcell, E.J, dan Dale Varberg. 2005. *Kalkulus dan Geometri Analitis Jilid 1*. Jakarta: Erlangga

**PERTEMUAN  
KE 10**

## BUNGA MAJEMUK

### A. TUJUAN PEMBELAJARAN

Setelah mempelajari materi ini, mahasiswa mampu :

1. Menjelaskan pengertian bunga majemuk
2. Menemukan rumus bunga majemuk
3. Menyelesaikan masalah tentang bunga majemuk

### B. URAIAN MATERI

Jika kita menyimpan modal berupa uang di bank selama periode bunga tertentu, misalnya satu tahun maka setelah satu tahun kita akan mendapatkan bunga sebesar  $p\%$  kali modal yang kita bungakan. Jika bunga itu tidak kita ambil, tetapi ditambahkan pada modal awal untuk dibungakan lagi pada periode berikutnya, sehingga besarnya bunga pada setiap periode berikutnya berbeda jumlahnya (menjadi bunga berbunga), maka dikatakan modal tersebut dibungakan atas dasar bunga majemuk. Bunga majemuk dihitung berdasarkan modal awal yang sudah ditambahkan dengan bunga

Misalkan, seseorang membungakan uangnya sebanyak  $p$  dengan bunga sebesar  $i$  per tahun. Setelah tahun ke 1, tahun ke 2, dan tahun ke 3, akan diperoleh sesuai tabel 10.1 di bawah ini:

**Tabel 10.1: Future Value**

Tahun Ke	Present Value (PV)	interest Rate (i)	Bunga PV x i	Future Value (FV)
1	PV	I	PV.i	$PV + PV.i = PV (1 + i)$
2	$PV (1 + i)$	I	$PV (1 + i) \times i$	$\frac{PV (1 + i) + [PV (1 + i)]i}{PV (1 + i) + [(PV + PVi)]i}$ $PV + PVi + \frac{PVi + PVi^2}{PVi^2 + 2PVi + PV}$ $V (i^2 + 2i + 1)$ $PV (1+i)^2$
3	$PV (1+i)^2$	I	$[PV (1+i)^2]i$	$PV (1+i)^2 + [PV (1+i)^2]i$

				$\frac{PVi^2 + 2PVi + PV + [PVi^2 + 2PVi + PV]i}{PVi^2 + 2PVi + PV + PVi^3 + 2PVi^2 + PVi}$ $\frac{PVi^3 + 3PVi^2 + 3PVi + PV}{PV(i^3 + 3i^2 + 3i + 1)}$ $PV(1+i)^3$
N	.....	.....	.....	$PV(1+i)^n$

Berdasarkan tabel di atas maka diperoleh rumus bunga majemuk sebagai berikut :

$$FV_n = PV(1+i)^n$$

Keterangan :

FV = Future Value (nilai masa depan investasi di akhir tahun pertama)

i = interest Rate (tingkat suku bunga (atau diskonto) tahunan)

PV = Present Value (nilai sekarang atau jumlah investasi mula-mula dari awal tahun pertama)

**Contoh :**

Misalkan ada uang sebanyak Rp 1.000,- dibungakan selama 6 tahun dengan bunga majemuk sebesar 5 persen per tahun, maka berapakah jumlah uang tersebut setelah 6 tahun?

Penyelesaian :

Diketahui : PV = Rp 1.000

$$i = 5 \%$$

$$n = 6$$

Ditanya :  $FV_6$

Dijawab

$$FV_n = PV(1+i)^n$$

$$FV_6 = 1000(1+0,05)^6$$

$$FV_6 = 1000(1,05)^6$$

$$FV_6 = 1000(1,34010)$$

$$FV_6 = 1340,10$$

### **C. LATIHAN**

**Jawablah pertanyaan di bawah ini dengan uraian yang tepat !**

Jika Anda menabung Rp 2.500.000 dengan bunga majemuk 8% selama tiga tahun, kemudian memindahkan tabungan tersebut ke tabungan dengan bunga majemuk tahunan 10%. Berapakah jumlah yang akan Anda terima setelah tahun ke 6. Hitunglah dengan menggunakan rumus FV.

### **D. DAFTAR PUSTAKA**

Hidayat, Wahyu. 2012. *Matematika Ekonomi*. Jakarta : Universitas Terbuka

Kalangi, Bintang, Josep. 2015. *Matematika Ekonomi dan Bisnis*. Jakarta : Salemba Empat

Sunyoto, Danang. 2009. *Dasar-Dasar Matematika Ekonomi Terapan*. Jakarta : Total Media

**PERTEMUAN  
KE 11****FUNGSI KUADRAT****A. TUJUAN PEMBELAJARAN**

Setelah mempelajari materi ini, mahasiswa mampu :

1. Menjelaskan konsep fungsi non linier
2. Menjelaskan konsep fungsi kuadrat
3. Menyajikan macam - macam kurva parabola
4. Menggambar kurva parabola

**B. URAIAN MATERI****1. FUNGSI NON LINIER**

Fungsi non linier merupakan model yang tidak kalah pentingnya dibandingkan dengan fungsi linier dalam penerapan ekonomi, karena sebagian dari model ekonomi linier yang ada, sesungguhnya merupakan linierisasi dari model non linier.

Ada 4 macam bentuk fungsi non linier yang paling sering dijumpai dalam analisis ekonomi, yaitu : Fungsi Kuadrat, Fungsi Kubik, Fungsi Eksponensial, dan Fungsi Logaritma. Diantara ke empat fungsi nonlinier tersebut yang paling sering digunakan adalah fungsi kuadrat.

**2. FUNGSI KUADRAT**

Sebelum dijelaskan mengenai fungsi kuadrat, akan disajikan contoh fungsi kuadrat berikut ini :

a.  $y = x^2 + 6x + 9$

b.  $x = y^2 + 5x + 6$

Berdasarkan contoh di atas dapat diketahui bahwa fungsi Kuadrat adalah fungsi yang mempunyai pangkat tertinggi dari variabelnya adalah pangkat dua. Gambar kurva fungsi kuadrat bisa berupa : - Lingkaran, Elips,

Parabola, Hiperbola. Tetapi dalam penerapan ekonomi, yang paling sering digunakan adalah fungsi kuadrat yang berbentuk PARABOLA.

Bentuk umum persamaan fungsi kuadrat yaitu :

$$y = ax^2 + bx + c$$

atau

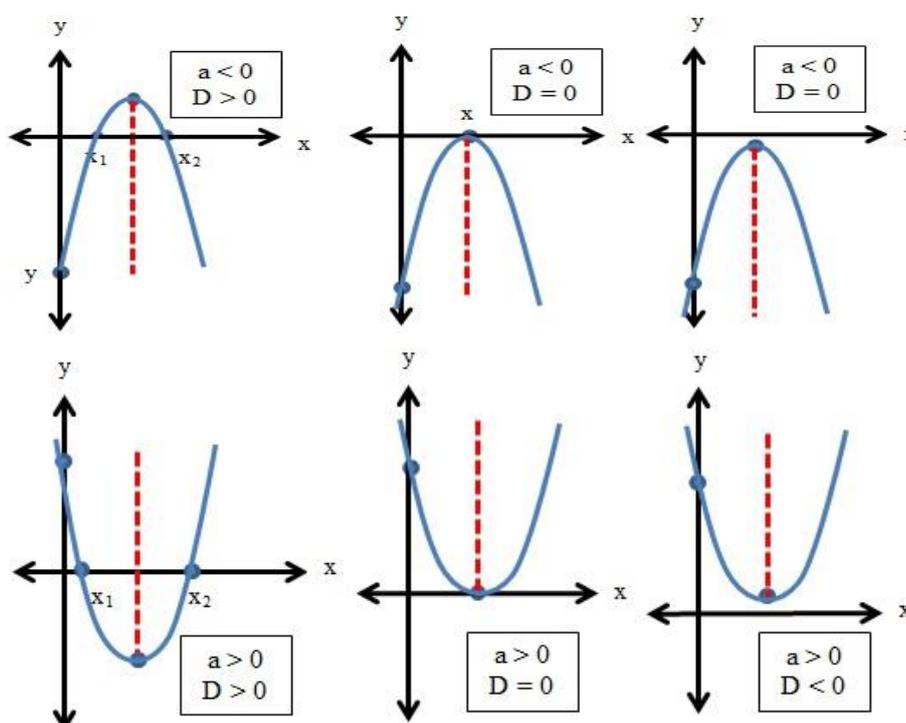
$$x = ay^2 + by + c$$

dimana  $a$  atau  $b \neq 0$

### 3. KURVA FUNGSI KUADRAT (PARABOLA)

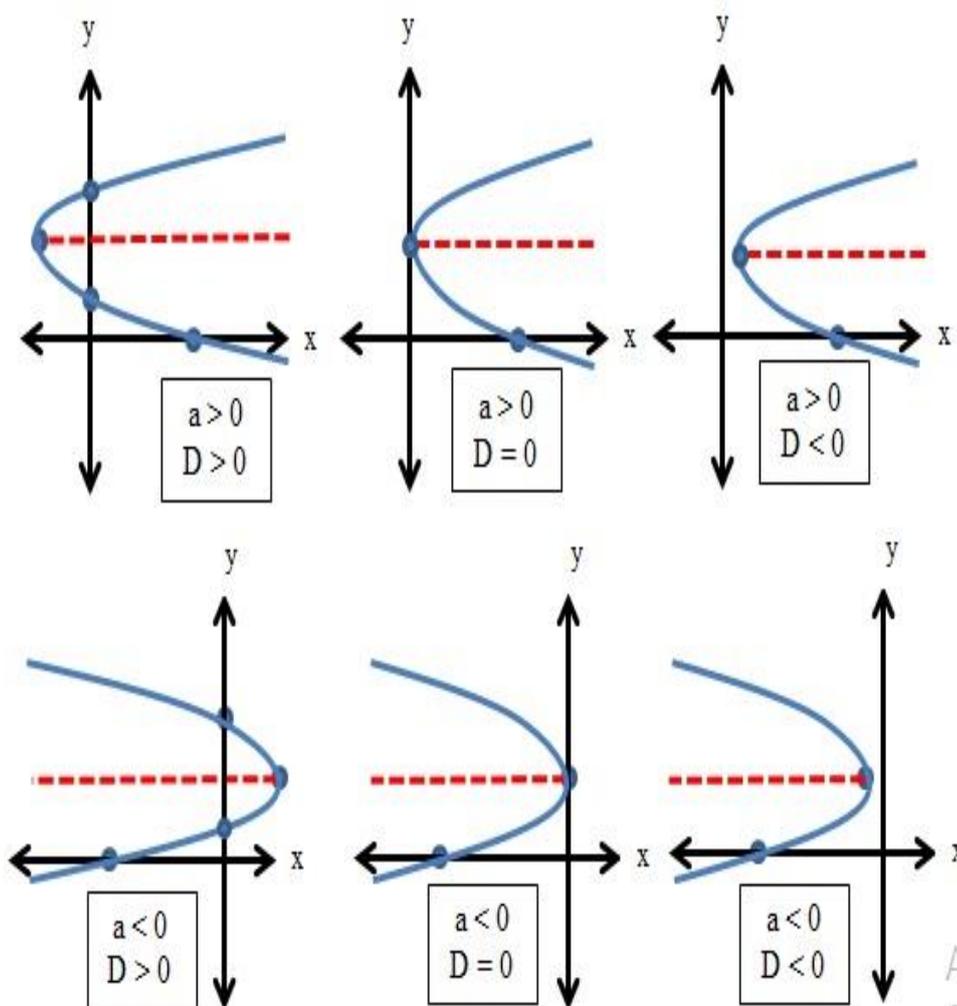
Sudah dijelaskan sebelumnya bahwa gambar kurva fungsi kuadrat bisa berupa : Lingkaran, Elips, Parabola, Hiperbola, akan tetapi pada bab ini hanya dijelaskan mengenai gambar kurva fungsi kuadrat yang berbentuk parabola. Parabola adalah tempat kedudukan titik-titik yang berjarak sama terhadap sebuah titik fokus dan sebuah garis lurus yang disebut direktriks. Setiap parabola mempunyai sebuah sumbu simetri dan sebuah titik ekstrim. Berikut ini bentuk parabola berdasarkan sumbu simetris dan titik puncak

a. Jika persamaan fungsinya  $y = ax^2 + bx + c$  (  $\uparrow$  atau  $\downarrow$  )



Gambar 11.1 : Contoh Kurva Fungsi Kuadrat 1

b. Jika persamaan fungsinya  $x = ay^2 + by + c$  ( $\rightarrow$  atau  $\leftarrow$ )



**Gambar 11.2 : Contoh Kurva Fungsi Kuadrat 2**

#### 4. LANGKAH MELUKIS KURVA FUNGSI KUADRAT

Berikut ini langkah-langkah dalam melukis kurva fungsi kuadrat :

- Tentukan arah parabola ( $\uparrow$ ,  $\downarrow$ ,  $\rightarrow$  atau  $\leftarrow$ )
  - Jika persamaan fungsinya  $y = ax^2 + bx + c$ , dan  $a > 0$ , maka kurva terbuka ke atas ( $\uparrow$ )
  - Jika persamaan fungsinya  $y = ax^2 + bx + c$ , dan  $a < 0$ , maka kurva terbuka ke bawah ( $\downarrow$ )
  - Jika persamaan fungsinya  $x = ay^2 + by + c$ , dan  $a > 0$ , maka kurva terbuka ke kanan ( $\rightarrow$ )

- 4) Jika persamaan fungsinya  $x = ay^2 + by + c$  , dan  $a < 0$ , maka kurva terbuka ke kiri ( $\leftarrow$ )

b. Tentukan titik potong terhadap sumbu y dan x

- 1) Jika titik potong terhadap sumbu y, maka  $x = 0$

Contoh :

Terdapat persamaan  $y = x^2 + 6x + 8$ , tentukan titik potong terhadap sumbu y

Jawab :

titik potong terhadap sumbu y, maka  $x = 0$

$$y = x^2 + 6x + 8$$

$$y = 0^2 + 6 \cdot 0 + 8$$

$$y = 0 + 0 + 8$$

$$y = 8, \text{ maka koordinatnya } (0, 8)$$

- 2) Jika titik potong terhadap sumbu x, maka  $y = 0$

Contoh :

Terdapat persamaan  $y = x^2 + 6x + 8$ , tentukan titik potong terhadap sumbu x

Jawab :

titik potong terhadap sumbu x, maka  $y = 0$

$$y = x^2 + 6x + 8$$

$$0 = x^2 + 6x + 8$$

$$(x + 4)(x + 2)$$

$$x + 4 = 0, \text{ atau } x + 2 = 0$$

$$x = -4, \text{ atau } x = -2$$

koordinat  $x_1 (-4, 0)$ , dan  $x_2 (-2, 0)$

Jika persamaan tidak memiliki faktor-faktor rasional maka bisa

digunakan rumus :  $X_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

c. Tentukan titik puncaknya

1) Jika kurva terbuka ke atas atau ke bawah, maka digunakan rumus

$$\text{titik puncak } (x, y) = \left\{ \frac{-b}{2a}, \frac{-(b^2-4ac)}{4a} \right\}$$

2) Jika kurva terbuka ke kanan atau ke kiri maka digunakan rumus titik puncak

$$(x, y) = \left\{ \frac{-(b^2-4ac)}{4a}, \frac{-b}{2a} \right\}$$

d. Tentukan titik-titik koordinat yang telah diketahui, kemudian gambar dengan cara menghubungkan antar titik-titik koordinat tsb.

**Contoh :**

Terdapat persamaan  $y = x^2 - 8x + 12$ , gambarkan kurva parabolanya !

**Penyelesaian :**

a. Tentukan arah parabola

Persamaan  $y = x^2 - 8x + 12$ , dan nilai  $a > 0$ , maka kurva parabola terbuka ke atas

b. Tentukan titik potong terhadap sumbu  $y$  dan  $x$

1) Titik potong terhadap sumbu  $y$ , maka  $x = 0$

$$y = x^2 - 8x + 12$$

$$y = 0^2 - 8 \cdot 0 + 12$$

$$y = 0 - 0 + 12$$

$$y = 12, \text{ maka koordinatnya } (0, 12)$$

2) Titik potong terhadap sumbu  $x$ , maka  $y = 0$

$$y = x^2 - 8x + 12$$

$$0 = x^2 - 8x + 12$$

$$(x - 6)(x - 2)$$

$$x - 6 = 0 \text{ atau } x - 2 = 0$$

$$x_1 = 6 \text{ atau } x_2 = 2$$

$$\text{jadi koordinat, } x_1 = (6, 0) \text{ atau } x_2 = (2, 0)$$

c. Tentukan titik puncaknya

Kurva terbuka ke atas maka rumus titik puncak adalah  $(x, y) =$

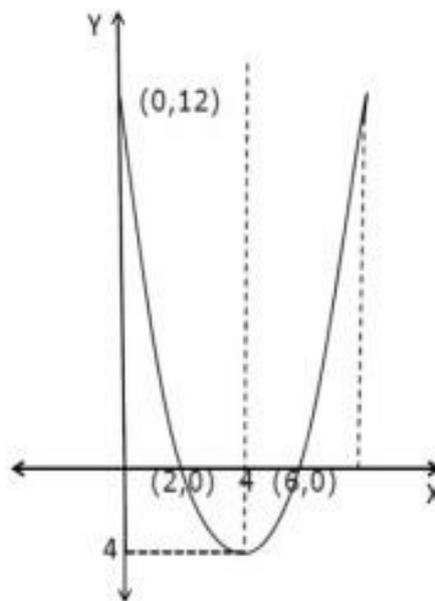
$$\left\{ \frac{-b}{2a}, \frac{-(b^2-4ac)}{4a} \right\}$$

$$(x, y) = \left\{ \frac{-(-8)}{2(1)}, \frac{-((-8)^2-4(1)(12))}{4(1)} \right\}$$

$$(x, y) = \left\{ \frac{8}{2}, \frac{-16}{4} \right\}$$

$$(x, y) = \{4, -4\}$$

d. Gambar Kurva Parabola



### **C.LATIHAN**

**Jawablah pertanyaan di bawah ini dengan uraian yang tepat !**

1. Terdapat persamaan kuadrat,  $y = x^2 + 6x + 9$ , gambarkan kurva parabolanya !
2. Terdapat persamaan kuadrat,  $y = -3x^2 - 10x + 8$ , gambarkan kurva parabolanya !
3. Terdapat persamaan kuadrat,  $x = y^2 - 3y - 10$ , gambarkan kurva parabolanya !

**D.DAFTAR PUSTAKA**

- Bartle, G.R. 2000. *Introduction to Riil Analysis. 3th* . New. York : John Wiley and Sons.
- Djohan, Warsoma, dan Wono Setya Budhi. 2007. *Dikdat Kalkulus 1*. Bandung : Institut Teknologi Bandung
- Heri, Robertus. 2009. *Buku Ajar Kalkulus 1*. Semarang : Universitas Diponegoro
- Prayudi. 2006. *Kalkulus: Fungsi Satu Variabel*. Jogjakarta: Graha Ilmu
- Purcell, E.J, dan Dale Varberg. 2005. *Kalkulus dan Geometri Analitis Jilid 1*. Jakarta: Erlangga

**PERTEMUAN  
KE 12****FUNGSI KUADRAT PADA  
PERMINTAAN****A. TUJUAN PEMBELAJARAN**

Setelah mempelajari materi ini, mahasiswa mampu :

1. Menjelaskan konsep fungsi kuadrat pada permintaan
2. Menyajikan gambar kurva fungsi kuadrat pada permintaan
3. Menggambarkan gambar kurva fungsi kuadrat pada permintaan

**B. URAIAN MATERI****1. FUNGSI KUADRAT PADA PERMINTAAN**

Salah satu penerapan dari fungsi kuadrat dalam ekonomi adalah pada fungsi permintaan. Ciri khas dari fungsi kuadrat pada permintaan adalah memiliki nilai  $a < 0$ , sehingga akan memiliki kurva parabola yang terbuka ke bawah ataupun ke kiri. Dan perlu diketahui bahwa kurva yang digunakan pada ekonomi adalah yang terletak pada kuadran I. Adapun bentuk persamaan fungsi kuadrat pada permintaan disajikan sebagai berikut :

$$P = -aQ^2 + bQ + c$$

atau

$$Q = -aP^2 + bP + c$$

Keterangan :

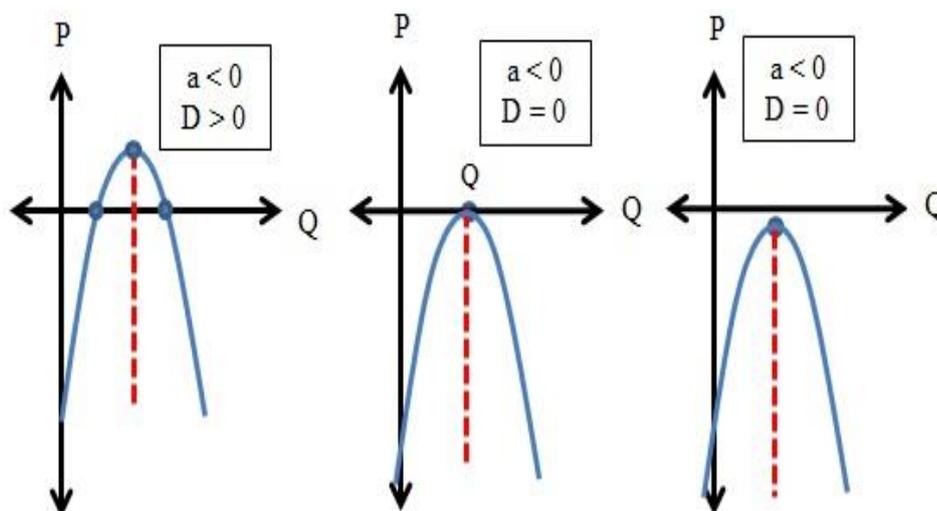
- P = harga produk,  
Q = jumlah produk yang diminta  
c = konstanta  
a dan b = koefisien

## 2. KURVA FUNGSI KUADRAT PADA PERMINTAAN

Berdasarkan bentuk persamaan fungsi kuadrat pada permintaan, dapat diketahui mempunyai nilai  $a < 0$ , maka bentuk kurvanya adalah parabola yang terbuka ke bawah atau ke kiri dan perlu diketahui bahwa kurva yang digunakan pada ekonomi adalah yang terletak pada kuadran I. Berikut ini disajikan kurva fungsi kuadrat pada permintaan :

a. Jika persamaannya  $P = -aQ^2 + bQ + c$ , maka parabola terbuka ke bawah

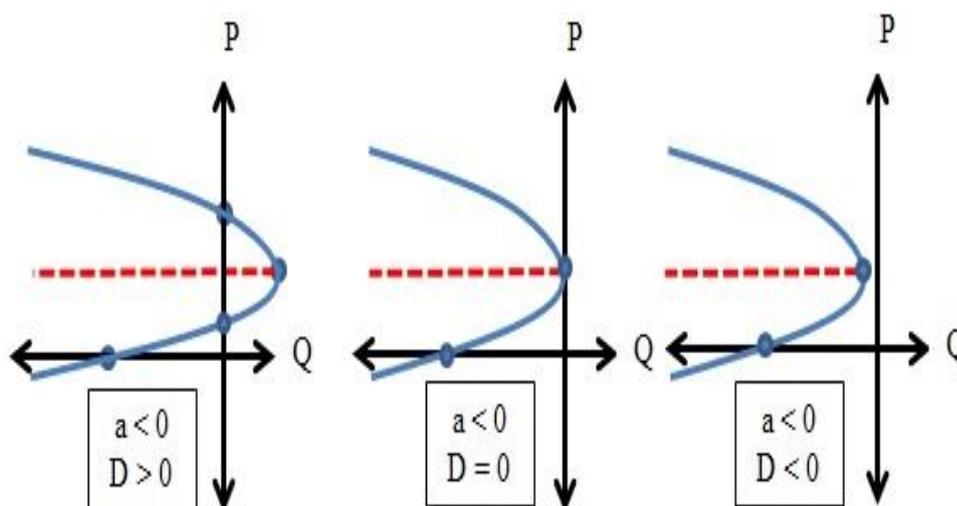
Berikut ini gambar kurvanya :



**Gambar 12.1 : Contoh Kurva Fungsi Kuadrat Permintaan 1**

b. Jika  $Q = f(P)$ , atau  $Q = -aP^2 + bP + c$ , maka parabola terbuka ke kiri

Berikut ini gambar kurvanya :



**Gambar 12.2 : Contoh Kurva Fungsi Kuadrat Permintaan 2**

### 3. MELUKIS KURVA FUNGSI KUADRAT PADA PERMINTAAN

Berikut ini langkah-langkah dalam melukis kurva fungsi kuadrat pada permintaan :

a. Tentukan arah parabola ( $\downarrow$  atau  $\leftarrow$ )

1) Jika persamaan fungsinya  $P = -aQ^2 + bQ + c$ , maka kurva terbuka ke bawah ( $\downarrow$ )

2) Jika persamaan fungsinya  $Q = -aP^2 + bP + c$ , maka kurva terbuka ke kiri ( $\leftarrow$ )

b. Tentukan titik potong terhadap sumbu P dan Q

1) Jika titik potong terhadap sumbu P, maka  $Q = 0$

Contoh :

Terdapat persamaan  $P = -Q^2 + 2Q + 8$ , tentukan titik potong terhadap sumbu P

Jawab :

titik potong terhadap sumbu P, maka  $Q = 0$

$$P = -Q^2 + 2Q + 8$$

$$P = 0^2 + 2 \cdot 0 + 8$$

$$P = 0 + 0 + 8$$

$$P = 8$$

maka koordinatnya (0, 8)

2) Jika titik potong terhadap sumbu Q, maka  $P = 0$

Contoh :

Terdapat persamaan  $P = -Q^2 + 2Q + 8$ , tentukan titik potong terhadap sumbu Q

Jawab :

titik potong terhadap sumbu Q, maka  $P = 0$

$$P = -Q^2 + 2Q + 8$$

$$0 = -Q^2 + 2Q + 8$$

$$(Q + 2)(-Q + 4)$$

$$Q + 2 = 0 ,$$

atau

$$-Q + 4 = 0$$

$$Q = - 2$$

atau

$$Q = 4$$

koordinat  $Q_1 (- 2, 0)$ , dan  $Q_2 (4, 0)$

Jika persamaan tidak memiliki faktor-faktor rasional maka bisa digunakan rumus :

$$Q_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Atau

$$P_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

c. Tentukan titik puncaknya

1) Jika kurva terbuka ke bawah, maka digunakan rumus titik puncak

$$(Q, P) = \left\{ \frac{-b}{2a}, \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a} \right\}$$

2) Jika kurva terbuka ke kiri maka digunakan rumus titik puncak

$$(Q, P) = \left\{ \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a}, \frac{-b}{2a} \right\}$$

d. Tentukan titik-titik koordinat yang telah diketahui, kemudian gambar dengan cara menghubungkan antar titik-titik koordinat tsb.

### Contoh 1:

Jika fungsi permintaan  $P = 9 - Q^2$ , gambarkan kurva permintaannya !

#### Penyelesaian :

a. Tentukan arah parabola

bentuk persamaan fungsi  $P = 9 - Q^2$ , maka parabola terbuka ke bawah

b. Tentukan jumlah titik potong terhadap sumbu Q dan P

1) Titik potong pada sumbu Q, maka  $P = 0$

$$P = 9 - Q^2$$

$$0 = 9 - Q^2$$

$$(Q + 3) (-Q + 3)$$

$$Q + 3 = 0 \text{ atau } -Q + 3 = 0$$

$$Q_1 = -3 \text{ atau } Q_2 = 3$$

Koordinat

$$Q_1 = (-3, 0)$$

atau

$$Q_2 = (3, 0)$$

2) Titik potong pada sumbu P, maka  $Q = 0$

$$P = 9 - Q^2$$

$$P = 9 - 0^2$$

$$P = 9$$

Koordinat P (0, 9)

c. Tentukan titik puncaknya

Jika kurva terbuka ke bawah, maka digunakan rumus titik puncak

$$(Q, P) = \left\{ \frac{-b}{2a}, \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a} \right\}$$

$$(Q, P) = \left\{ \frac{-b}{2a}, \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a} \right\}$$

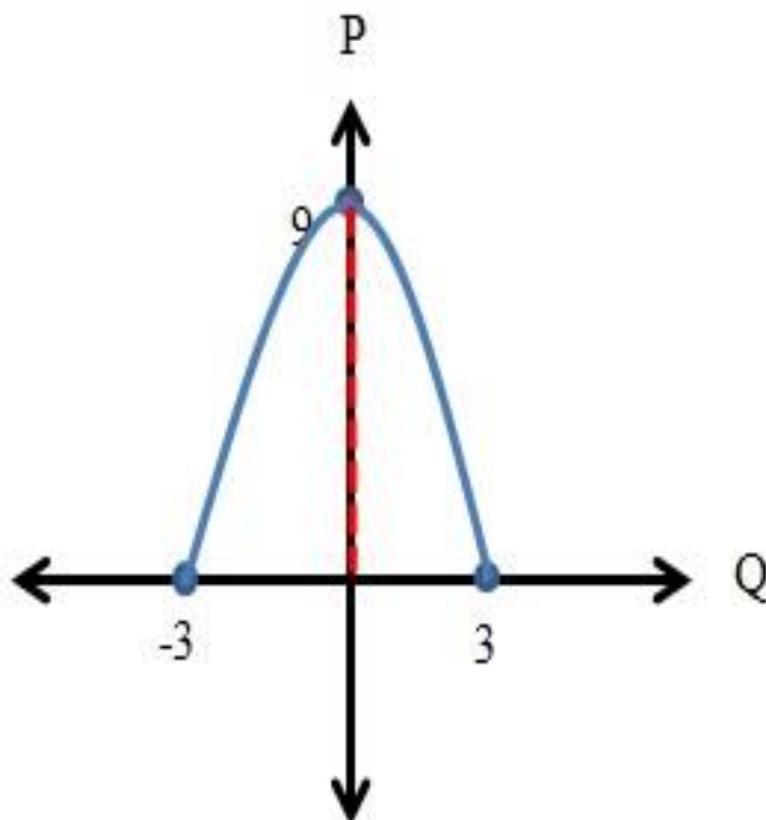
$$(Q, P) = \left\{ \frac{-0}{2(-1)}, \frac{-(0^2 - 4(-1)(9))}{4(-1)} \right\}$$

$$(Q, P) = \left\{ \frac{-0}{-2}, \frac{-(-36)}{4(-1)} \right\}$$

$$(Q, P) = \left\{ 0, \frac{-(36)}{-4} \right\}$$

$$(Q, P) = \{0, 9\}$$

d. Gambar parabolanya



### **C.LATIHAN**

**Jawablah pertanyaan di bawah ini dengan uraian yang tepat !**

1. Jika fungsi permintaan  $Q = 64 - 8P - 2P^2$ , gambarkan fungsi permintaannya
2. Jika fungsi permintaan  $P_d = 25 - Q^2$ , gambarkan kurva permintaannya !
3. Jika fungsi permintaan  $Q_d = 64 - P^2$ , gambarkan kurva permintaannya !

### **D.DAFTAR PUSTAKA**

Hidayat, Wahyu. 2012. *Matematika Ekonomi*. Jakarta : Universitas Terbuka  
Kalangi, Bintang, Josep. 2015. *Matematika Ekonomi dan Bisnis*. Jakarta :  
Salemba Empat

Sunyoto, Danang. 2009. *Dasar-Dasar Matematika Ekonomi Terapan*. Jakarta  
: Total Media

**PERTEMUAN****KE 13****FUNGSI KUADRAT PADA PENAWARAN**

---

---

**A. TUJUAN PEMBELAJARAN**

Setelah mempelajari materi ini, mahasiswa mampu :

1. Menyajikan bentuk umum fungsi kuadrat pada penawaran
  2. Menyajikan bentuk kurva fungsi kuadrat pada penawaran
  3. Melukis bentuk kurva fungsi kuadrat pada penawaran
- 

**B. URAIAN MATERI****1. BENTUK FUNGSI KUADRAT PADA PENAWARAN**

Salah satu penerapan dari fungsi kuadrat dalam ekonomi adalah pada fungsi penawaran. Ciri khas dari fungsi kuadrat pada penawaran adalah memiliki nilai  $a > 0$ , sehingga akan memiliki kurva parabola yang terbuka ke atas ataupun ke kanan. Dan perlu diketahui bahwa kurva yang digunakan pada ekonomi adalah yang terletak pada kuadran I. Adapun bentuk persamaan fungsi kuadrat pada penawaran disajikan sebagai berikut :

$$P = aQ^2 + bQ + c$$

Atau

$$Q = aP^2 + bP + c$$

Keterangan :

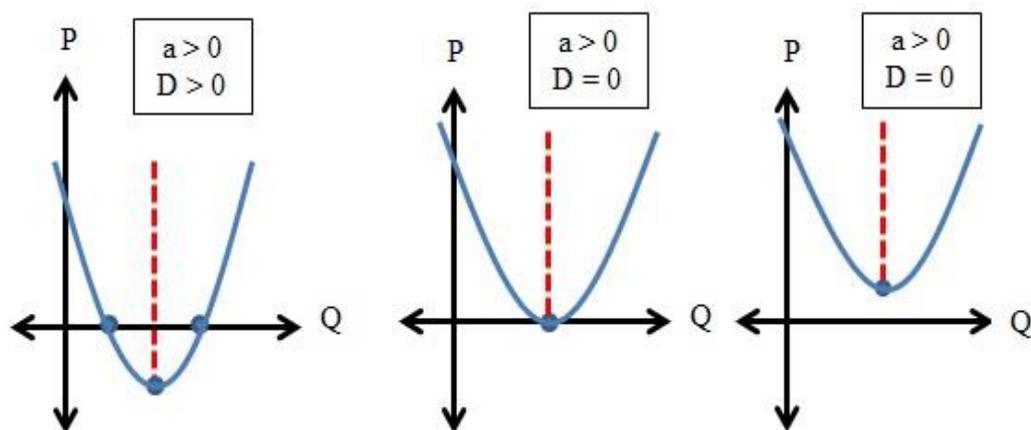
- P = harga produk,  
Q = jumlah produk yang diminta  
c = konstanta  
a dan b = koefisien

## 2. KURVA FUNGSI KUADRAT PADA PENAWARAN

Berdasarkan bentuk persamaan fungsi kuadrat pada penawaran, dapat diketahui mempunyai nilai  $a > 0$ , maka bentuk kurvanya adalah parabola yang terbuka ke atas atau ke kanan dan perlu diketahui bahwa kurva yang digunakan pada ekonomi adalah yang terletak pada kuadran I. Berikut ini disajikan kurva fungsi kuadrat pada penawaran :

a. Jika persamaannya  $P = aQ^2 + bQ + c$ , maka parabola terbuka ke atas

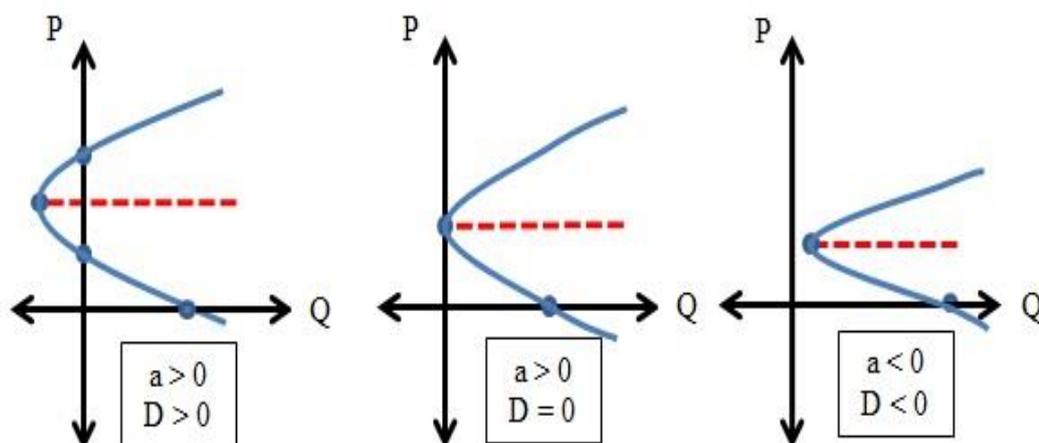
Berikut ini gambar kurvanya :



**Gambar 13.1 : Contoh Kurva Fungsi Kuadrat Penawaran 1**

b. Jika  $Q = f(P)$ , atau  $Q = aP^2 + bP + c$ , maka parabola terbuka ke kanan

Berikut ini gambar kurvanya :



**Gambar 13.2 : Contoh Kurva Fungsi Kuadrat Penawaran 2**

### 3. MELUKIS KURVA FUNGSI KUADRAT PADA PENAWARAN

Berikut ini langkah-langkah dalam melukis kurva fungsi kuadrat pada penawaran :

a. Tentukan arah parabola ( $\uparrow$  atau  $\rightarrow$ )

- 1) Jika persamaan fungsinya  $P = aQ^2 + bQ + c$ , maka kurva terbuka ke atas ( $\uparrow$ )
- 2) Jika persamaan fungsinya  $Q = aP^2 + bP + c$ , maka kurva terbuka ke kanan ( $\rightarrow$ )

b. Tentukan titik potong terhadap sumbu P dan Q

- 1) Jika titik potong terhadap sumbu P, maka  $Q = 0$

Contoh :

Terdapat persamaan  $P = Q^2 + 6Q + 8$ , tentukan titik potong terhadap sumbu P

Jawab :

titik potong terhadap sumbu P, maka  $Q = 0$

$$P = Q^2 + 6Q + 8$$

$$P = 0^2 + 6 \cdot 0 + 8$$

$$P = 0 + 0 + 8$$

$$P = 8, \text{ maka koordinatnya } (0, 8)$$

- 2) Jika titik potong terhadap sumbu Q, maka  $P = 0$

Contoh :

Terdapat persamaan  $P = Q^2 + 6Q + 8$ , tentukan titik potong terhadap sumbu Q

Jawab :

titik potong terhadap sumbu Q, maka  $P = 0$

$$P = Q^2 + 6Q + 8$$

$$0 = Q^2 + 6Q + 8$$

$$(Q + 2)(Q + 4)$$

$$Q + 2 = 0, \text{ atau } Q + 4 = 0$$

$$Q = -2, \text{ atau } Q = -4$$

koordinat  $Q_1 (-2, 0)$ , dan  $Q_2 (-4, 0)$

Jika persamaan tidak memiliki faktor-faktor rasional maka bisa digunakan rumus :

$$Q_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$

atau

$$P_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

c. Tentukan titik puncaknya

1) Jika kurva terbuka ke atas, maka digunakan rumus titik puncak

$$(Q, P) = \left\{ \frac{-b}{2a}, \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a} \right\}$$

2) Jika kurva terbuka ke kanan maka digunakan rumus titik puncak

$$(Q, P) = \left\{ \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a}, \frac{-b}{2a} \right\}$$

d. Tentukan titik-titik koordinat yang telah diketahui, kemudian gambar dengan cara menghubungkan antar titik-titik koordinat tsb.

### Contoh 1:

Jika fungsi penawaran  $P = 5 + 6Q + Q^2$ , gambarkan kurva penawarannya !

#### Penyelesaian :

a. Tentukan arah parabola

bentuk persamaan fungsi  $P = 5 + 6Q + Q^2$ , maka parabola terbuka ke atas

b. Tentukan jumlah titik potong terhadap sumbu Q dan P

1) Titik potong pada sumbu Q, maka  $P = 0$

$$P = 5 + 6Q + Q^2$$

$$0 = 5 + 6Q + Q^2$$

$$(Q + 1)(Q + 5)$$

$$Q + 1 = 0 \text{ atau } Q + 5 = 0$$

$$Q_1 = -1 \text{ atau } Q_2 = -5$$

Koordinat  $Q_1 = (-1, 0)$  atau  $Q_2 = (-5, 0)$

2) Titik potong pada sumbu P, maka  $Q = 0$

$$P = 5 + 6Q + Q^2$$

$$P = 5 + 6 \cdot 0 + 0^2$$

$$P = 5 + 0 + 0$$

$$P = 5$$

Koordinat P (0, 5)

c. Tentukan titik puncaknya

Jika kurva terbuka ke atas, maka digunakan rumus titik puncak

$$(Q, P) = \left\{ \frac{-b}{2a}, \frac{-(b^2-4ac)}{4a} \right\}$$

$$(Q, P) = \left\{ \frac{-b}{2a}, \frac{-(b^2-4ac)}{4a} \right\}$$

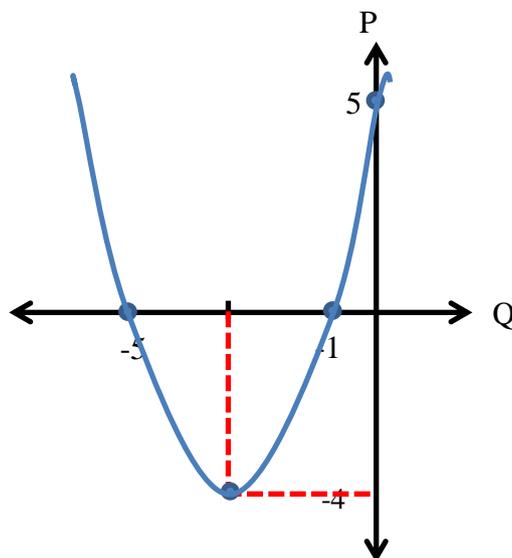
$$(Q, P) = \left\{ \frac{-6}{2(1)}, \frac{-(6^2-4(1)(5))}{4(1)} \right\}$$

$$(Q, P) = \left\{ \frac{-6}{2}, \frac{-(36-20)}{4(1)} \right\}$$

$$(Q, P) = \left\{ -3, \frac{-(16)}{4} \right\}$$

$$(Q, P) = \{-3, -4\}$$

d. Gambar parabolanya



### **C. LATIHAN**

**Jawablah pertanyaan di bawah ini dengan uraian yang tepat !**

1. Jika fungsi penawaran  $Q = P^2 + 12P + 32$ , gambarkan fungsi penawarannya
2. Jika fungsi penawaran  $P_s = Q^2 + 9Q + 18$ , gambarkan kurva penawarannya  
!
3. Jika fungsi penawaran  $Q_s = 2P^2 - 9P + 9$ , gambarkan kurva penawarannya  
!

### **D. DAFTAR PUSTAKA**

- Hidayat, Wahyu. 2012. *Matematika Ekonomi*. Jakarta : Universitas Terbuka
- Kalangi, Bintang, Josep. 2015. *Matematika Ekonomi dan Bisnis*. Jakarta : Salemba Empat
- Sunyoto, Danang. 2009. *Dasar-Dasar Matematika Ekonomi Terapan*. Jakarta : Total Media

**PERTEMUAN****KE 14****PENERIMAAN TOTAL****A. TUJUAN PEMBELAJARAN**

Setelah mempelajari materi ini, mahasiswa mampu :

1. Menjelaskan konsep penerimaan total
2. Menghitung penerimaan total maksimum
3. Menggambar kurva penerimaan total

**B. URAIAN MATERI****1. KONSEP PENERIMAAN TOTAL**

Penerimaan total adalah semua jenis penerimaan yang diperoleh melalui hasil kali antara harga dengan jumlah produk yang terjual. Secara matematis dapat disajikan sebagai berikut :

$$TR = P \cdot Q$$

Keterangan :

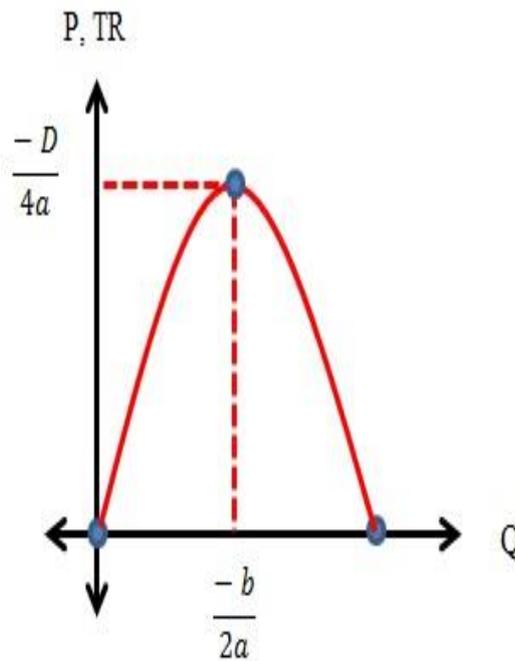
TR = Penerimaan total

Q = Jumlah produk yang dijual

P = Harga produk per unit

**2. CARA MENGGAMBAR KURVA PENERIMAAN TOTAL**

Sebelum dijelaskan mengenai gambar kurva penerimaan total, akan disajikan bentuk kurva secara umum pada gambar 14.1 berikut ini :



**Gambar 14.1 : Contoh Kurva Penerimaan Total**

Berdasarkan gambar kurva di atas, dapat diketahui bahwa kurva berbentuk parabola, maka dari itu langkah untuk membuat kurvanya adalah :

a. Tentukan titik potong terhadap sumbu Q dan sumbu P/TR

- 1) Titik potong terhadap sumbu Q, maka  $P/TR = 0$
- 2) Titik potong terhadap sumbu P/TR, maka  $Q = 0$

b. Tentukan titik puncak

$$\left\{ \frac{-b}{2a}, \frac{-D}{4a} \right\}$$

Dengan  $D = b^2 - 4ac$ ,

D : diskriminan

c. Tentukan letak titik-titik tersebut pada bidang cartecius, kemudian gambar.

### 3. MENGHITUNG PENERIMAAN TOTAL MAKSIMUM

Penerimaan total maksimum merupakan titik puncak dari kurva penerimaan total, maka dari itu untuk mencari penerimaan total maksimum digunakan rumus titik puncak yaitu :

$$\left\{ \frac{-b}{2a}, \frac{-D}{4a} \right\}$$

Dengan nilai  $D = b^2 - 4ac$

#### Contoh :

Terdapat fungsi permintaan  $P = 8 - 2Q$ , tentukan :

- Penerimaan total maksimum
- Gambar kurva permintaan dan penerimaan total dalam satu bidang cartecius

Jawab

- Penerimaan total maksimum

$$TR = P \cdot Q$$

$$TR = (8 - 2Q) \cdot Q$$

$$TR = 8Q - 2Q^2$$

TR maksimum, digunakan rumus titik puncak :

$$TR \text{ maksimum} = \left\{ \frac{-b}{2a}, \frac{-D}{4a} \right\}$$

$$TR \text{ maksimum} = \left\{ \frac{-b}{2a}, \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a} \right\}$$

$$TR \text{ maksimum} = \left\{ \frac{-8}{2(-2)}, \frac{-(8^2 - 4(-2)0)}{4(-2)} \right\}$$

$$TR \text{ maksimum} = \left\{ \frac{-8}{-4}, \frac{-(64 - 0)}{-8} \right\}$$

$$TR \text{ maksimum} = \{2, 8\}$$

- kurva permintaan dan penerimaan total dalam satu bidang cartecius

1) Kurva permintaan ( $P = 8 - 2Q$ )

a) Titik potong pada sumbu P, maka  $Q = 0$

$$P = 8 - 2Q$$

$$P = 8 - 2 \cdot 0$$

$$P = 8$$

**Jadi koordinatnya (0,8)**

b) Titik potong pada sumbu Q, maka  $P = 0$

$$P = 8 - 2Q$$

$$0 = 8 - 2Q$$

$$2Q = 8$$

$$Q = 4$$

**Jadi koordinatnya (4,0)**

2) Kurva penerimaan total ( $TR = 8Q - 2Q^2$ )

a) Tentukan titik potong terhadap sumbu Q dan sumbu P/TR

(1) Titik potong terhadap sumbu Q, maka  $P/TR = 0$

$$TR = 8Q - 2Q^2$$

$$0 = 8Q - 2Q^2$$

$$(-2Q + 8)(Q + 0)$$

$$-2Q + 8 = 0 \text{ atau } Q + 0 = 0$$

$$-2Q = -8 \text{ atau } Q = 0$$

$$Q_1 = 4 \text{ atau } Q_2 = 0$$

**Koordinatnya (4, 0) atau (0,0)**

(2) Titik potong terhadap sumbu P/TR, maka  $Q = 0$

$$TR = 8Q - 2Q^2$$

$$TR = 8 \cdot 0 - 2 \cdot 0^2$$

$$TR = 0$$

**Koordinatnya (0, 0)**

(3) Tentukan titik puncak

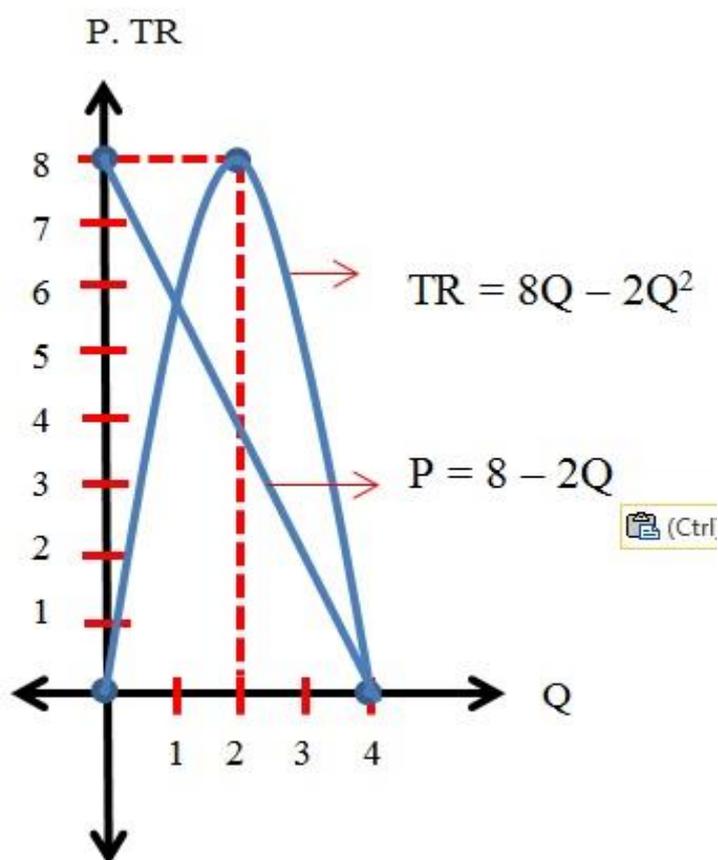
$$\left\{ \frac{-b}{2a}, \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a} \right\}$$

$$\left\{ \frac{-8}{2(-2)}, \frac{-(8^2 - 4(-2)0)}{4(-2)} \right\}$$

$$\left\{ \frac{-8}{-4}, \frac{-(64 - 0)}{-8} \right\}$$

$$\{2, 8\}$$

- (4) Tentukan letak titik-titik tersebut pada bidang cartecius, kemudian gambar.



### C. LATIHAN

Jawablah pertanyaan di bawah ini dengan uraian yang tepat !

Terdapat fungsi permintaan  $Q_d = 10 - 3P$ , tentukan :

1. Penerimaan total maksimum
2. Gambar kurva permintaan dan penerimaan total dalam satu bidang cartecius

#### **D.DAFTAR PUSTAKA**

Hidayat, Wahyu. 2012. *Matematika Ekonomi*. Jakarta : Universitas Terbuka

Kalangi, Bintang, Josep. 2015. *Matematika Ekonomi dan Bisnis*. Jakarta :  
Salemba Empat

Sunyoto, Danang. 2009. *Dasar-Dasar Matematika Ekonomi Terapan*. Jakarta  
: Total Media

**PERTEMUAN****KE 15****FUNGSI EKSPONEN DAN LOGARITMA**

---

**A. TUJUAN PEMBELAJARAN**

Setelah mempelajari materi ini, mahasiswa mampu :

1. Menjelaskan konsep fungsi eksponen
  2. Menyebutkan jenis-jenis fungsi eksponen
  3. Menggambarkan kurva fungsi eksponen
  4. Menjelaskan pengertian fungsi logaritma
  5. Menyebutkan jenis-jenis fungsi logaritma
  6. Menjelaskan aturan-aturan logaritma
  7. Menyajikan kurva fungsi logaritma
  8. Menggambarkan kurva fungsi logaritma
- 

**B. URAIAN MATERI****1. FUNGSI EKSPONEN****a. Pengertian Fungsi Eksponen**

Sebelum dijelaskan mengenai fungsi eksponen, akan disajikan contoh fungsi eksponen berikut ini :

$$1) y = 10^x$$

$$2) y = 3^{x^2 + 5x - 4}$$

$$3) y = e^{x^2 + 5x - 4}$$

Berdasarkan contoh di atas, dapat diketahui bahwa konstantanya (10, 3, dan e) dipangkatkan oleh variabel bebasnya (x, dan  $x^2 + 5x - 4$ ). Jadi dapat kita simpulkan bahwa fungsi eksponen merupakan fungsi yang konstantanya dipangkatkan dengan variabel-variabel bebasnya. Fungsi eksponen merupakan fungsi non aljabar, adapun invers dari fungsi eksponen adalah fungsi logaritma.

Adapun bentuk persamaan fungsi eksponen ditunjukkan sebagai berikut :

$$Y = f(x) = b^x$$

*Atau*

$$Y = f(x) = e^x$$

Keterangan :

Y = Variabel Terikat

X = Variabel Bebas

b/ e = basis

## b. Jenis-Jenis Fungsi Eksponen

Berdasarkan contoh fungsi eksponen pada uraian materi di atas, dapat diketahui terdapat dua jenis fungsi eksponen, yaitu fungsi eksponen berbasis asli (e) dengan nilai  $e = 2,71828\dots$ , dan fungsi eksponen berbasis konstanta (b), dengan nilai  $0 < b < 1$ . Berikut dijelaskan jenis fungsi eksponen tersebut:

### 1) Fungsi Eksponen Berbasis Asli (e)

Fungsi eksponen berbasis asli merupakan fungsi eksponen yang basisnya merupakan bilangan irrasional yaitu  $e = 2,71828\dots$

Contoh :

$$y = e^{x^2 + 5x - 4}$$

$$y = e^x$$

### 2) Fungsi Eksponen Berbasis Konstanta (b)

Fungsi eksponen berbasis konstanta merupakan fungsi eksponen yang basisnya merupakan bilangan b, dengan nilai  $0 < b < 1$ .

Contoh :

$$y = 10^x$$

$$y = 0,2^x$$

Jika nilai  $b > 1$ , memiliki sifat sebagai berikut :

a) Nilai fungsi Y akan mendekati sumbu x tanpa berpotongan, ketika nilai x mendekati nilai negatif tak hingga

b) Nilai fungsi Y akan menaik secara kontinu, ketika nilai x juga naik.

Jika nilai  $0 < b < 1$ , memiliki sifat sebagai berikut :

a) Nilai fungsi Y akan mendekati sumbu x tanpa berpotongan, ketika nilai x mendekati positif tak hingga.

b) Nilai fungsi Y akan menurun secara kontinu, ketika nilai x turun.

### c. Cara Melukis Kurva Fungsi Eksponen

Berikut ini disajikan cara melukis kurva fungsi eksponen :

- 1) Tentukan hubungan antara nilai X dan Y.
- 2) Tentukan titik-titik koordinatnya pada bidang cartecius.
- 3) Hubungkan antar titik-titik koordinat tsb.

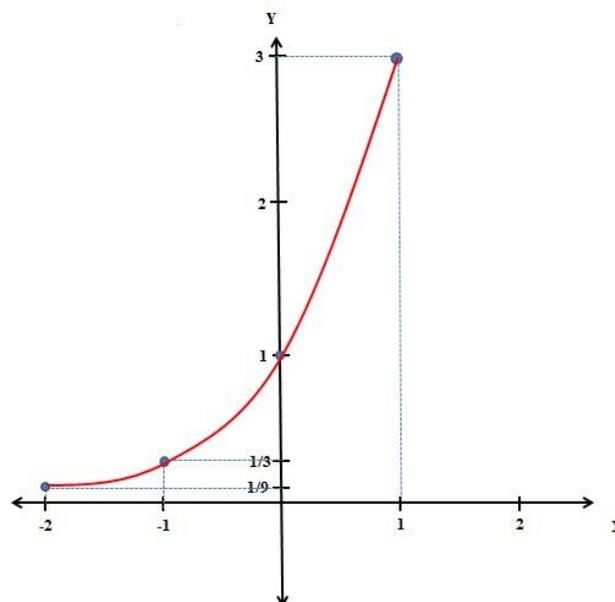
**Contoh :**

$Y = f(x) = 3^x$ , lukislah kurva fungsi eksponen tersebut !

Jawab :

<b>X</b>	$\infty$	-2	-1	0	1	2	$\infty$
<b>Y</b>	.....	1/9	1/3	1	3	9	.....
<b>(X,Y)</b>	.....	(-2, 1/9)	(-1, 1/3)	(0, 1)	(1, 3)	(2, 9)	.....

Gambar Kurvanya



## 2. FUNGSI LOGARITMA

### a. Pengertian dan Jenis Fungsi Logaritma

Sebelum dijelaskan mengenai fungsi logaritma, akan disajikan contoh fungsi logaritma berikut ini :

$$y = {}^a \log x$$

$$y = {}^e \log x = \ln x$$

berdasarkan contoh di atas dapat diketahui bahwa variabel bebasnya adalah  $\log x$ , adapun  $a/e$  adalah basis/ bilangan pokok, jadi dapat disimpulkan bahwa fungsi logaritma merupakan fungsi yang variabel bebasnya dalam bentuk log dan memiliki basis/ bilangan pokok tertentu berupa bilangan  $a/ e$ . Jika basisnya merupakan bilangan  $a$  maka variabel bebasnya ditulis dengan log, sedangkan jika basisnya adalah bilangan  $e$  (eksponen) maka variabel bebasnya ditulis  $\ln$  ( $\ln$ ).

Berikut ini disajikan bentuk umum persamaan fungsi logaritma :

$$y = {}^a \log x$$

atau

$$y = {}^e \log x = \ln x$$

Keterangan :

$y$  = variabel terikat

$\log x/ \ln x$  = variabel bebas

$a/ e$  = basis / bilangan pokok

Terdapat 2 jenis logaritma yaitu 1) logaritma biasa yang memiliki basis/ bilangan pokok  $a$  dan dilambangkan **log**, dan 2) logaritma alam yang memiliki basis/ bilangan pokok  $e$  dan dilambangkan **ln**.

**Contoh :**

$$y = \ln 5x \text{ (logaritma alam)}$$

$$y = {}^5 \log (x^2 + 5x - 4) \text{ (logaritma biasa)}$$

### b. Aturan Logaritma

Untuk setiap bilangan riil positif  $x$  dan  $y$ , setiap bilangan riil  $r$  dan bilangan riil positif  $a$  ( $a > 1$  dan  $b \neq 1$ ), maka berlaku:

1.  ${}^a\log x \cdot y = {}^a\log x + {}^a\log y$
2.  ${}^a\log x/y = {}^a\log x - {}^a\log y$
3.  ${}^a\log x^r = r {}^a\log x$
4.  ${}^a\log x = {}^a\log b \cdot {}^b\log x$
5.  ${}^a\log b \cdot {}^b\log a = 1$  atau  $({}^a\log b) = \frac{1}{{}^b\log a}$
6.  ${}^a\log a = 1$
7.  ${}^a\log 1 = 0$

#### Contoh :

$$\begin{aligned}
 1. \quad {}^3\log (9 \cdot 27) &= {}^3\log 9 + {}^3\log 27 \\
 &= 3^2 + 3^3 \\
 &= 2 + 3 \\
 &= 5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad {}^2\log (16/8) &= {}^2\log 16 - {}^2\log 8 \\
 &= 2^4 - 2^3 \\
 &= 4 - 3 \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3. \quad {}^{10}\log 100 &= {}^{10}\log 10^2 \\
 &= 2 \cdot {}^{10}\log 10 \\
 &= 2 \cdot 10^1 \\
 &= 2 \cdot 1 \\
 &= 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4. \quad {}^2\log 16 &= {}^2\log 4 \cdot {}^4\log 16 \\ &= 2^2 \cdot 4^2 \\ &= 2 \cdot 2 \\ &= 4 \end{aligned}$$

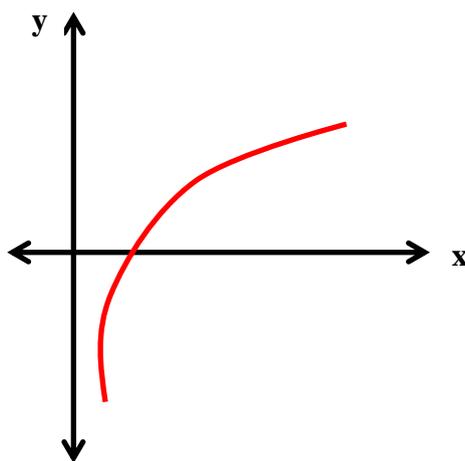
$$5. \quad {}^7\log 7 = 1$$

### c. Gambar Kurva Fungsi Logaritma

Gambar kurva fungsi logaritma bergantung terhadap nilai basisnya (a).

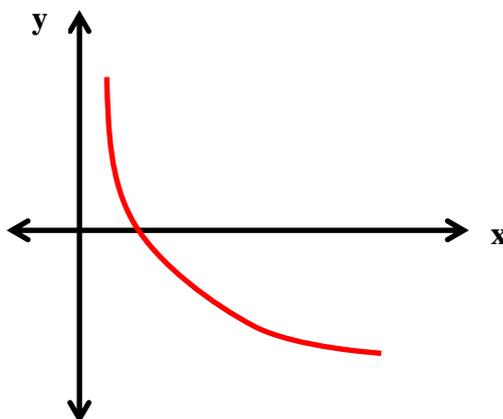
Berikut ini disajikan gambar kurva tersebut :

- 1) Jika  $y = {}^a \log x$ , dengan basis  $a > 0$ , maka kurvanya naik



**Gambar 16.1 : Contoh Kurva Fungsi Logaritma 1**

- 2) Jika  $y = {}^a \log x$ , dengan basis  $0 < a < 1$ , maka kurvanya turun



**Gambar 16.2 : Contoh Kurva Fungsi Logaritma 2**

#### d. Cara Menggambar Kurva Fungsi Logaritma

Berikut ini disajikan cara melukis kurva fungsi logaritma :

- 1) Tentukan hubungan antara nilai X dan Y (pilih X agar nilai Y mudah ditentukan)
- 2) Tentukan titik-titik koordinatnya pada bidang cartecius.
- 3) Hubungkan antar titik-titik koordinat tsb.

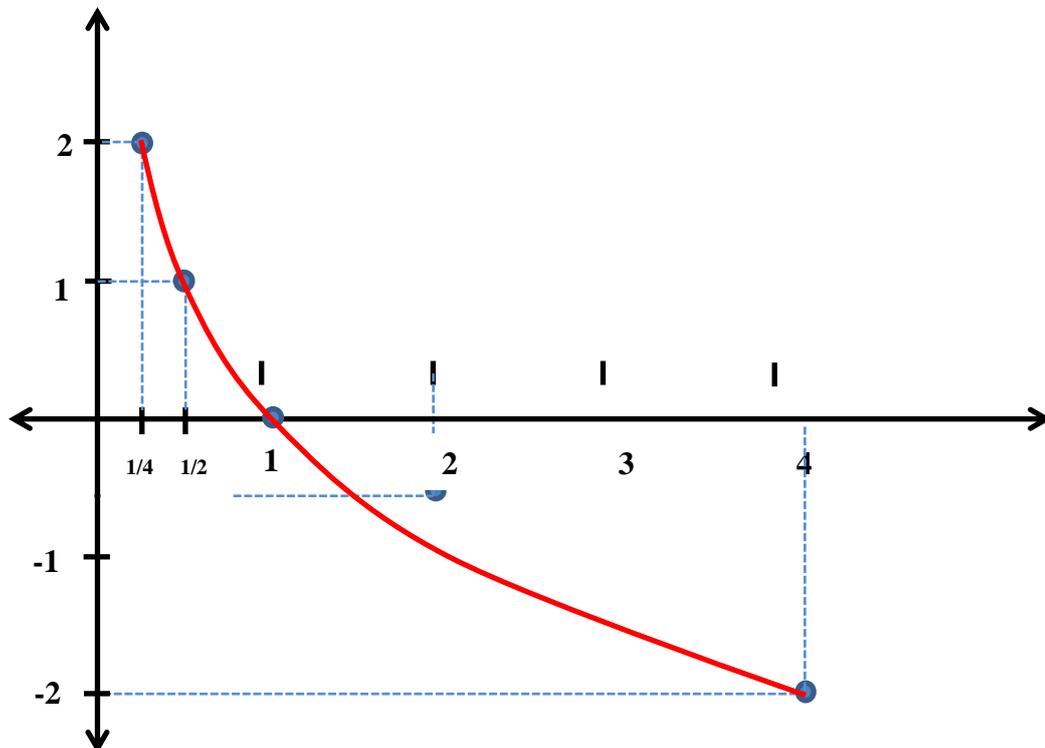
Contoh :

Gambarlah kurva fungsi logaritma berikut  $y = f(x) = \frac{1}{2} \log x$

Jawab

<b>X</b>	$\infty$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	$\infty$
<b>Y</b>	.....	2	1	0	-1	-2	.....
<b>(X,Y)</b>	.....	$(\frac{1}{4}, 2)$	$(\frac{1}{2}, 1)$	$(1,0)$	$(2, -1)$	$(4, -2)$	.....

Gambar Kurva



### **C.LATIHAN**

**Jawablah pertanyaan di bawah ini dengan uraian yang tepat !**

1. Jelaskan pengertian fungsi eksponen menggunakan bahasa saudara sendiri !
2. Jelaskan jenis-jenis fungsi eksponen ! Berikan contoh fungsinya masing-masing !
3. Gambarkan kurva pada fungsi eksponen berikut :
  - a.  $f(x) = 4^x$
  - b.  $f(x) = 2^{x-1}$
  - c.  $f(x) = \frac{1}{4}^{x+2}$
  - d.  $f(x) = 2^{-x-1}$

### **D.DAFTAR PUSTAKA**

- Bartle, G.R. 2000. *Introduction to Riil Analysis. 3th* . New. York : John Wiley and Sons.
- Djohan, Warsoma, dan Wono Setya Budhi. 2007. *Dikdat Kalkulus 1*. Bandung : Institut Teknologi Bandung
- Heri, Robertus. 2009. *Buku Ajar Kalkulus 1*. Semarang : Universitas Diponegoro
- Prayudi. 2006. *Kalkulus: Fungsi Satu Variabel*. Jogjakarta: Graha Ilmu
- Purcell, E.J, dan Dale Varberg. 2005. *Kalkulus dan Geometri Analitis Jilid 1*. Jakarta: Erlangga

**PERTEMUAN****KE 16****FUNGSI PERTUMBUHAN****A. TUJUAN PERKULIAHAN**

Setelah mempelajari modul pada bab ini, diharapkan mahasiswa mampu :

1. Menjelaskan persamaan kurva gompertz
2. Menggambarkan kurva gompertz
3. Menghitung pertumbuhan manusia berdasarkan kurva gompertz
4. Menjelaskan persamaan kurva belajar
5. Menggambarkan kurva belajar
6. Menghitung perilaku produksi dan perilaku biaya

**B. URAIAN MATERI****1. KURVA GOMPERTZ**

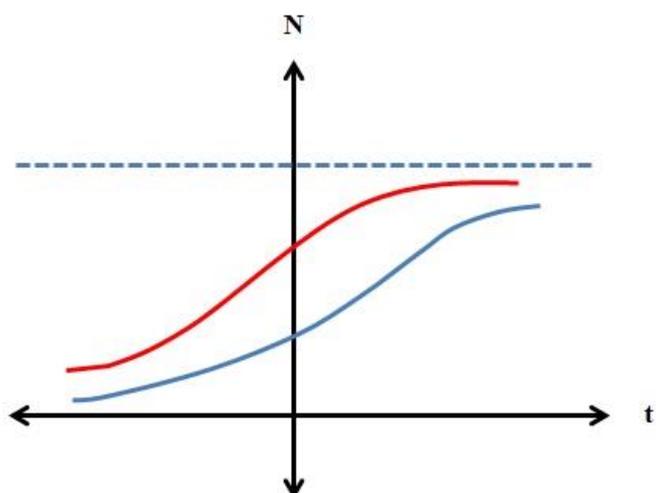
Kurva gompertz merupakan kurva yang menggambarkan aspek pertumbuhan manusia. Kurva ini dalam ekonomi bisa menggambarkan pertumbuhan tenaga kerja pada suatu perusahaan. Secara umum kurva gompertz dinyatakan dalam persamaan berikut ini :

$$N = c a^{Rt}$$

Keterangan :

- N = Jumlah penduduk pada tahun t  
R = Tingkat pertumbuhan ( $0 < R < 1$ )  
a = Proporsi pertumbuhan awal  
c = Tingkat pertumbuhan dewasa  
t = Jumlah tahun

Adapun bentuk kurva gompertz disajikan pada gambar 16.1 berikut ini :



**Gambar 16.1: Contoh Kurva Gompertz**

Kurva yang berwarna merah (atas), merupakan kurva gompertz yang memiliki nilai  $a > 0$ , dan kurva berwarna biru (bawah) merupakan kurva gompertz yang memiliki nilai  $a < 1$

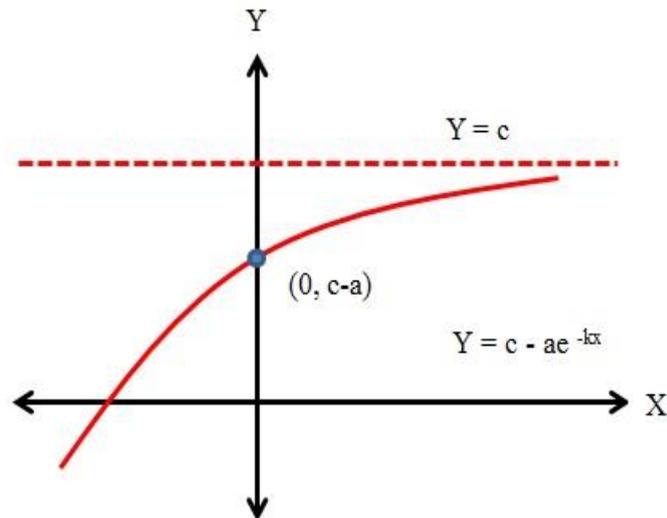
## 2. KURVA BELAJAR

Kurva belajar digunakan ke dalam penerapan ekonomi untuk menggambarkan perilaku produksi dan biaya dalam hubungannya dengan variabel waktu. Secara umum kurva belajar dinyatakan dalam persamaan berikut ini :

$$y = m - se^{-kx}$$

Konstanta  $m$  melambangkan batas jenuh  $y$ , atau nilai  $y$  tertinggi.

Adapun bentuk kurva belajar disajikan pada gambar 16.2 berikut ini :



**Gambar 16.2: Contoh Kurva Belajar**

Kurva belajar dapat diterapkan dalam ekonomi yaitu untuk menggambarkan perilaku produksi dan perilaku biaya. Berikut ini penjelasannya.

#### **a. Perilaku Produksi**

Perilaku produksi dapat dinyatakan dalam persamaan berikut ini:

$$P = P_m - P_s \cdot e^{-r \cdot t}$$

Keterangan :

$P$  = Produksi persatuan waktu setelah  $t$  satuan waktu.

$P_m$  = Kapasitas produksi maksimum persatuan waktu.

$P_s$  = Sisa kapasitas produksi pada permulaan kegiatan produksi (pada  $t = 0$ ).

$t$  = Indeks waktu.

$r$  = Tingkat pertumbuhan produksi.

#### **Contoh :**

Percetakan “Sinta” mempunyai mesin cetak yang dapat memproduksi hingga 10.000 cetakan (produksi maksimum). Pada awal produksi, optimalisasi (pemanfaatan) produksi diperkirakan baru sekitar 60 % dari

kapasitas yang tersedia. Namun, manajer operasional yakin bahwa produksi dapat ditingkatkan sekitar 10 % setiap bulannya. Tentukan,

- 1) Bentuklah persamaan perilaku produksi bulanan percetakan tersebut
- 2) Berapa jumlah cetakan / produksi perdananya
- 3) Berapa cetakan yang dapat dioptimalkan / dimanfaatkan perbulannya setelah pabrik beroperasi 10 bulan
- 4) Analisislah

### **Penyelesaian**

Diketahui :

$$P_m = 10.000,$$

$$P_s = 40 \% (10.000) = 4.000$$

$$t = 1 \text{ tahun (12 bulan)}$$

$$r = 0,05$$

Jawab :

- 1) Persamaan Prilaku Produksi Cetakan

$$P = P_m - P_s \cdot e^{-r \cdot t}$$

$$P = 10.000 - 4.000 \cdot e^{-0,1 \cdot t}$$

- 2) Jumlah perdana cetakan / produksi.

$$60 \% \times 10.000 = 6.000 \text{ cetakan}$$

- 3) Jumlah cetakan yang dapat dioptimalkan setelah 10 bulan

$$P = 10.000 - 4.000 \cdot e^{-0,1 \cdot t}$$

$$P = 10.000 - 4.000 \cdot e^{-0,1 \cdot 10}$$

$$P = 10.000 - 4.000 \cdot 2,718^{-1}$$

$$P = 10.000 - 4.000 \cdot \frac{1}{2,718^1}$$

$$P = 10.000 - 4.000 \cdot \frac{1}{2,718}$$

$$P = 10.000 - 1.471$$

$$P = 8.529 \text{ cetakan.}$$

## 4) Analisis

Hasil cetakan yang dapat dioptimalkan setelah 10 bulan adalah sebanyak 8.529 cetakan, di mana dari 6000 cetakan pada awal produksi. Hal ini berarti ada peningkatan dalam optimalisasi cetakan selama 10 bulan sebesar 2.529 cetakan.

**b. Perilaku Biaya**

Perilaku biaya dapat dinyatakan dalam persamaan berikut ini:

$$C = C_m - C_s \cdot e^{-r \cdot q}$$

Keterangan :

C = Biaya total persatuan waktu.

$C_m$  = Biaya maksimum yang diperkenankan (anggaran yang disediakan) persatuan waktu.

$C_s$  = Sisa anggaran pada permulaan periode (pada  $t = 0$ ).

$q$  = kuantitas

$r$  = Persentase kenaikan biaya persatuan waktu

**Contoh :**

Biaya produksi total (dalam jutaan rupiah) dari sebuah perusahaan dapat dinyatakan pada persamaan  $C = 100 - 50 e^{-0,02 q}$ .  $C$  menyatakan biaya produksi dan  $q$  menyatakan kuantitas produksi.

- 1) Berapa besar biaya tetapnya ?
- 2) Bila berproduksi 100 unit, berapa besar proporsi biaya produksi tetapnya terhadap biaya produksi totalnya ?

**Penyelesaian**

- 1) Biaya tetap maka  $q = 0$ , maka  $C = \dots$  ?

$$C = 100 - 50 \cdot e^{-0,02(0)}$$

$$C = 100 - 50 \cdot e^0$$

$$C = 100 - 50 \cdot 1$$

$$C = 50$$

Jadi, biaya tetapnya (maksudnya jika tidak berproduksi atau jika  $q = 0$ ) = 50 juta rupiah.

2) Bila  $q = 100$ , maka biaya total (C) adalah,

$$C = 100 - 50 \cdot e^{-0,02(100)}$$

$$C = 100 - 50 \cdot e^{-2}$$

$$C = 100 - 50 \frac{1}{e^2}$$

$$C = 100 - 50 \frac{1}{7,387}$$

$$C = 100 - 6,7682$$

$$C = 93,2318 \text{ juta rupiah}$$

Jadi, proporsi biaya tetap terhadap biaya total (untuk berproduksi 100 unit) adalah 93 juta

### **C.LATIHAN**

1. Percetakan "Sinta" mempunyai mesin cetak yang dapat memproduksi hingga 20.000 cetakan (produksi maksimum). Pada awal produksi, optimalisasi (pemanfaatan) produksi diperkirakan baru sekitar 50 % dari kapasitas yang tersedia. Namun, manajer operasional yakin bahwa produksi dapat ditingkatkan sekitar 10 % setiap bulannya. Tentukan,
  - a. Bentuklah persamaan perilaku produksi bulanan percetakan tersebut
  - b. Berapa jumlah cetakan / produksi perdananya
  - c. Berapa cetakan yang dapat dioptimalkan / dimanfaatkan perbulannya setelah pabrik beroperasi 100 bulan
  - d. Analisislah
2. Biaya produksi total (dalam jutaan rupiah) dari sebuah perusahaan dapat dinyatakan pada persamaan  $C = 100 - 7 e^{-0,02 t}$ , C menyatakan biaya produksi dan q menyatakan kuantitas produksi.
  - a. Berapa besar biaya tetapnya ?
  - b. Bila berproduksi 100 unit, berapa besar proporsi biaya produksi tetapnya terhadap biaya produksi totalnya ?

**D.DAFTAR PUSTAKA**

- Hidayat, Wahyu. 2012. *Matematika Ekonomi*. Jakarta : Universitas Terbuka
- Kalangi, Bintang, Josep. 2015. *Matematika Ekonomi dan Bisnis*. Jakarta : Salemba Empat
- Sunyoto, Danang. 2009. *Dasar-Dasar Matematika Ekonomi Terapan*. Jakarta : Total Media

## PERTEMUAN

## KE 17

## TURUNAN FUNGSI

**A. TUJUAN PEMBELAJARAN**

Setelah mempelajari materi ini, mahasiswa mampu :

1. Menjelaskan pengertian turunan fungsi
2. Menjelaskan sifat-sifat turunan fungsi
3. Menyebutkan jenis-jenis turunan fungsi
4. Menghitung turunan fungsi

**B. URAIAN MATERI****1. PENGERTIAN TURUNAN FUNGSI****Definisi**

Turunan fungsi  $f$  adalah fungsi  $f'$ , yang nilainya di  $c$  adalah

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \left( \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \right)$$

Asalkan limit in ada

**Contoh :**

Jika  $f(x) = 2x^2 + 6x + 4$ , maka turunan  $f(x)$  adalah . . .

Jawab

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \left( \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \right) \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left( \frac{[2(x+h)^2 + 6(x+h) + 4] - [2x^2 + 6x + 4]}{h} \right) \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left( \frac{[2(x^2 + 2xh + h^2) + 6x + 6h + 4] - [2x^2 + 6x + 4]}{h} \right) \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left( \frac{[2x^2 + 4xh + 2h^2 + 6x + 6h + 4] - [2x^2 + 6x + 4]}{h} \right) \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left( \frac{2x^2 + 4xh + 2h^2 + 6x + 6h + 4 - 2x^2 - 6x - 4}{h} \right) \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left( \frac{4xh + 2h^2 + 6h}{h} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \lim_{h \rightarrow 0} \left( \frac{h(4x + 2h + 6)}{h} \right) \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} (4x + 2h + 6) \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} (4x + 2 \cdot 0 + 6) \\
&= 4x + 6
\end{aligned}$$

## 2. SIFAT TURUNAN FUNGSI

- a. Jika  $f(x) = k$ , untuk setiap  $k$  konstan maka  $f'(x) = 0$ .

Bukti :

$$\begin{aligned}
f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \left( \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \right) \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \left( \frac{k - k}{h} \right) \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \left( \frac{0}{h} \right) \\
&= 0
\end{aligned}$$

- b. Jika  $f(x) = x$ , untuk setiap  $x$  ( $f$  fungsi identitas), maka  $f'(x) = 1$ .

Bukti :

$$\begin{aligned}
f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \left( \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \right) \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \left( \frac{(x+h) - x}{h} \right) \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \left( \frac{h}{h} \right) \\
&= 1
\end{aligned}$$

- c. Jika  $f(x) = x^n$  dengan  $n$  bilangan bulat positif, untuk setiap  $x$ , maka

$$f'(x) = nx^{n-1}$$

Contoh :

Jika  $f(x) = x^6$ ,

maka

$$f'(x) = 6x^5$$

- d. Jika  $y = ku$ , maka  $y' = k(u')$

Contoh :

Jika  $f(x) = 4x^6$ ,

maka

$$f'(x) = 4 \cdot 6 x^5 = 24 x^5$$

e. Jika  $y = u + v$ , maka  $y' = u' + v'$

Contoh :

Jika  $f(x) = 4x^6 + 4x$ ,

maka

$$f'(x) = 24x^5 + 4$$

f. Jika  $y = u - v$ , maka  $y' = u' - v'$

Contoh :

Jika  $f(x) = 4x^6 - 4x$ ,

maka

$$f'(x) = 24x^5 - 4$$

g. Jika  $y = uv$ , maka  $y' = u'v + uv'$

Contoh :

Jika  $f(x) = (4x^6 - 4x)(4x + 7)$ ,

maka

$$f'(x) = (24x^5 - 4)(4x + 7) + (4x^6 - 4x)(4)$$

h. Jika  $y = \frac{u}{v}$ , maka  $y' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

Contoh :

Jika  $f(x) = \frac{4x^6 - 4x}{4x + 7}$ ,

maka

$$f'(x) = \frac{(24x^5 - 4)(4x + 7) - (4x^6 - 4x)(4)}{(4x + 7)^2}$$

i. Jika  $f(x) = x^{-n}$ , maka  $f'(x) = k(u')$

Contoh :

Jika  $f(x) = x^{-6}$ ,

maka

$$f'(x) = 1 \cdot -6x^{-7} = -6x^{-7}$$

### 3. JENIS TURUNAN

#### a. Turunan Fungsi Komposisi

Fungsi komposisi merupakan gabungan dua fungsi atau lebih, jadi fungsi turunan komposisi merupakan gabungan dua fungsi yang telah terdiferensial. Menentukan turunan fungsi komposisi bisa digunakan aturan rantai berikut ini :

**Jika  $y = f(u)$  dan  $u = g(x)$ , jika kedua fungsi tersebut terdiferensialkan ke  $x$ , Maka,  $\frac{dy}{dx} = \left(\frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}\right)$  atau  $\frac{dy}{dx} = [f'(u) \cdot g'(x)]$**

#### Contoh :

Tentukan turunan  $y = (3x^4 + 7x - 8)^9$

Jawab

Misalkan

$$u = 3x^4 + 7x - 8, \text{ maka } \frac{du}{dx} = 12x^3 + 7$$

$$y = u^9, \text{ maka } \frac{dy}{du} = 9 u^8$$

$$\begin{aligned} \text{sehingga } \frac{dy}{dx} &= \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} \\ &= 9 u^8 \cdot (12x^3 + 7) \\ &= 9 (3x^4 + 7x - 8)^8 (12x^3 + 7) \end{aligned}$$

#### b. Turunan Fungsi Invers

Fungsi invers adalah fungsi kebalikan, jadi turunan fungsi invers merupakan turunan dari fungsi-fungsi kebalikannya tsb. Berikut ini disajikan cara menentukan turunan fungsi invers.

**Jika  $y = f(x)$ , maka turunan fungsi inversnya adalah  $\frac{dx}{dy} = \frac{1}{\frac{dy}{dx}}$**

#### Contoh :

Jika diketahui fungsi  $y = 4x + 8$ , tentukan turunan fungsi inversnya !

Jawab:

$$\frac{dy}{dx} = 4,$$

Maka

$$\frac{dx}{dy} = \frac{1}{dy/dx} = \frac{1}{4}$$

### c. Turunan Fungsi Eksponen

**Fungsi** eksponen merupakan fungsi perpangkatan, disimbolkan dengan huruf e. Fungsi eksponen memiliki dua basis eksponen yaitu 1) basis eksponen dengan  $b > 0$ , dan 2) basis eksponen asli (e). Bilangan  $e = 2,71828 \dots$

**Berikut** disajikan cara menentukan turunan fungsi eksponen.

#### 1) Eksponen berbasis asli (e)

Untuk menentukan turunan pertama pada eksponen berbasis asli atau nilai e dapat menggunakan kaidah sebagai berikut:

$$\text{Jika } y = f(x) = e^x, \text{ maka } y' = f'(x) = e^x$$

**Jadi turunan fungsi eksponen yang berbasis  $e^x$  adalah fungsi**

$$\text{Jika } y = e^{f(x)}, \text{ maka } y' = [e^{f(x)}] [f'(x)]$$

**Contoh :**

Jika diketahui fungsi

$$y = e^{x^2 + 5x - 4}$$

tentukan turunan fungsinya

Jawab

Dengan menggunakan kaidah

$$\text{Jika } y = e^{f(x)}, \text{ maka } y' = [e^{f(x)}] [f'(x)]$$

Maka fungsi di atas dapat dicari turunan pertamanya yaitu

Turunan dari

$$f(x) = x^2 + 5x - 4$$

$$f'(x) = 2x + 5$$

sehingga

$$y' = [e^{x^2 + 5x-4}] [2x+5]$$

$$y' = [2x+5]e^{x^2 + 5x-4}$$

## 2) Eksponen berbasis konstanta (b)

Untuk menentukan turunan pertama pada fungsi eksponen dengan berbasis konstanta (b) dapat menggunakan kaidah berikut ini.

$$\text{Jika } y = f(x) = b^x, \text{ maka } y' = f'(x) = [b^x] [\ln b]$$

$$\text{Jika } y = b^{f(x)}, \text{ maka } y' = [b^{f(x)}] [\ln b] [f'(x)]$$

### Contoh 1 :

Diketahui fungsi  $y = 10^x$ , tentukan turunannya

Jawab

Dengan menggunakan kaidah

$$\text{Jika } y = f(x) = b^x, \text{ maka } y' = f'(x) = [b^x] [\ln b]$$

Maka fungsi di atas dapat diselesaikan yaitu

$$\begin{aligned} y' &= [10^x] [\ln 10] \\ &= [10^x] 2.302585 \end{aligned}$$

### Contoh 2 :

Diketahui persamaan yaitu  $y = 3^{x^2 + 5x-4}$ , tentukan turunannya

Jawab

Dengan menggunakan kaidah

$$\text{Jika } y = b^{f(x)}, \text{ maka } y' = [b^{f(x)}] [\ln b] [f'(x)]$$

Maka persamaan di atas dapat diselesaikan yaitu

$$\begin{aligned} y' &= [3^{x^2 + 5x-4}] [\ln 3] [2x+5] \\ y' &= [2x+5]3^{x^2 + 5x-4} \ln 3 \end{aligned}$$

#### d. Turunan Fungsi Logaritma

Terdapat 2 jenis logaritma yaitu 1) logaritma biasa yang memiliki bilangan pokok 10 dan dilambangkan **log**, dan 2) logaritma alam yang memiliki bilangan pokok e dan dilambangkan **ln**.

##### Contoh :

$$y = \ln 5x \text{ (logaritma alam)}$$

$$y = {}^5 \log (x^2 + 5x - 4) \text{ (logaritma biasa)}$$

Berikut disajikan cara menentukan turunan pada kedua logaritma tsb.

##### 1) Logaritma Alam

Logaritma alam atau dengan nama lain logaritma navier atau logaritma natural dengan turunan pertamanya menggunakan kaidah sebagai berikut

$$\text{Jika } y = f(x) = \ln x, \text{ maka } y' = f'(x) = \frac{1}{x}$$

$$\text{Jika } y = \ln f(x), \text{ maka } y' = \frac{1}{f(x)} f'(x)$$

##### Contoh :

$$y = \ln (x^2 + 5x - 4), \text{ tentukan turunan pertamanya (y')}$$

Jawab

$$\text{Jika } y = \ln f(x), \text{ maka } y' = \frac{1}{f(x)} f'(x)$$

$$y' = \frac{1}{x^2 + 5x - 4} \cdot (2x + 5)$$

$$y' = \frac{2x + 5}{x^2 + 5x - 4}$$

#### e. Logaritma Biasa

Perumusan untuk menentukan turunan pertama pada logaritma biasa adalah sebagai berikut:

$$\text{Jika } y = {}^a \log x, \text{ maka } y' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$\text{Jika } y = {}^a \log f(x), \text{ maka } y' = \frac{1}{f(x)} f'(x) \cdot \frac{1}{\ln a}$$

**Contoh :**

$y = {}^5 \log (x^2 + 5x - 4)$ , tentukan turunan pertama dari persamaan tersebut ( $y'$ )

Jawab :

Langkah awal kita cari turunan pertam untuk fungsi  $f(x)$  yaitu

$$f(x) = x^2 + 5x - 4$$

$$f'(x) = 2x^{2-1} + 5 - 0$$

$$f'(x) = 2x + 5$$

Sesuai dengan kaidah turunannya menggunakan kaidah berikut yaitu

Jika diketahui

$$y = {}^a \log f(x),$$

maka turumnan pertamanya yaitu

$$y' = \frac{1}{f(x)} f'(x) \cdot \frac{1}{\ln a}$$

sehingga

$$y' = \frac{1}{x^2 + 5x - 4} \cdot 2x + 5 \cdot \frac{1}{\ln 5}$$

$$y' = \frac{2x + 5}{x^2 + 5x - 4} \cdot \frac{1}{\ln 5}$$

**f. Turunan Tingkat Tinggi**

Turunan tingkat tinggi merupakan konsep turunan kedua, ketiga, keempat dan seterusnya.

**Jika  $y = f(x)$ , maka :**

$$y' = f'(x) \text{ (turunan pertama)}$$

$$y'' = f''(x) \text{ (turunan kedua)}$$

$$y''' = f'''(x) \text{ (turunan ketiga), dan seterusnya.}$$

**Contoh :**

Diketahui fungsi

$$y = x^2 + 5x - 4$$

tentukan turunan kedua ( $y''$ )

Jawab :

1) Tentukan turunan pertamanya

$$y = x^2 + 5x - 4$$

$$y' = 2x^{2-1} + 5 - 0$$

$$y' = 2x + 5$$

2) Tentukan turunan kedua

$$y' = 2x + 5$$

$$y'' = 2 + 0$$

$$y'' = 2$$

**Jadi  $y'' = 2$**

### **C.LATIHAN**

**Jawablah pertanyaan di bawah ini dengan uraian yang tepat !**

1. Carilah turunan pertama dari fungsi berikut ini

a.  $f(x) = 7x^3 + 4x + 3$

b.  $y = {}^3\log(x^2 + 5x - 6)$

c.  $y = (3x^2 + 9x - 12)^{12}$

2. Carilah turunan kedua dari fungsi berikut ini

a.  $f(x) = 7x^3 + 4x + 3$

b.  $y = {}^3\log(x^2 + 5x - 6)$

c.  $y = (3x^2 + 9x - 12)^{12}$

### **D.DAFTAR PUSTAKA**

Bartle, G.R. 2000. *Introduction to Riil Analysis. 3th* . New. York : John Wiley and Sons.

Djohan, Warsoma, dan Wono Setya Budhi. 2007. *Dikdat Kalkulus 1*. Bandung : Institut Teknologi Bandung

- Heri, Robertus. 2009. *Buku Ajar Kalkulus 1*. Semarang : Universitas Diponegoro
- Prayudi. 2006. *Kalkulus: Fungsi Satu Variabel*. Jogjakarta: Graha Ilmu
- Purcell, E.J, dan Dale Varberg. 2005. *Kalkulus dan Geometri Analitis Jilid 1*. Jakarta: Erlangga

**PERTEMUAN  
KE 18****ELASTISITAS PERMINTAAN DAN  
PENAWARAN****A. TUJUAN PEMBELAJARAN**

Setelah mempelajari materi ini, mahasiswa mampu :

1. Menjelaskan konsep elastisitas permintaan
2. Menjelaskan jenis – jenis elastisitas permintaan
3. Menghitung elastisitas permintaan
4. Menjelaskan konsep elastisitas penawaran
5. Menjelaskan jenis – jenis elastisitas penawaran
6. Menghitung elastisitas penawaran

**B. URAIAN MATERI****1. ELASTISITAS PERMINTAAN****a. Konsep Elastisitas Permintaan**

Elastisitas permintaan adalah perubahan persentase jumlah produk yang diminta karena perubahan persentase harga produk yang diminta. Elastisitas harga permintaan dilambangkan dengan  $E_{hd}$ . Berikut ini rumus Elastisitas harga permintaan :

- 1) Jika fungsi permintaan  $Q_d = f(P)$ , maka elastisitas harga permintaannya :

$$E_{hd} = \frac{\Delta Q}{\Delta P} \cdot \frac{P}{Q}$$

atau

$$E_{hd} = \frac{dQ}{dP} \cdot \frac{P}{Q}$$

- 2) Jika fungsi permintaan  $P_d = f(Q)$ , maka elastisitas harga permintaannya :

$$E_{hd} = \frac{\Delta P}{\Delta Q} \cdot \frac{Q}{P}$$

atau

$$E_{hd} = \frac{dP}{dQ} \cdot \frac{Q}{P}$$

### b. Jenis-Jenis Elastisitas Permintaan

Nilai absolut elastisitas harga yaitu  $0 \leq E_{hd} \leq \infty$ . Dari nilai absolut tsb dapat dikategorikan macam elastisitas permintaan sebagai berikut :

- 1) Jika  $|E_{hd}| < 1$ , maka permintaan inelastis terhadap harga
- 2) Jika  $|E_{hd}| = 1$ , maka permintaan unitary terhadap harga
- 3) Jika  $|E_{hd}| > 1$ , maka permintaan elastis terhadap harga
- 4) Jika  $|E_{hd}| = 0$ , maka permintaan inelastis sempurna terhadap harga
- 5) Jika  $|E_{hd}| = \infty$ , maka permintaan elastis sempurna terhadap harga

### c. Cara menentukan Elastisitas Permintaan

#### 1) Jika diketahui fungsi permintaan

Berikut ini langkahnya :

- a) Tentukan turunan fungsinya
- b) Tentukan nilai absolut elastisitas permintaan
- c) Kategorikan jenis elastisitasnya

#### Contoh 1 :

Jika fungsi permintaan  $Q = 120 - 4P$ , berapakah nilai elastisitas dan jenis elastisitas permintaan jika harga  $P = 20$

Jawab

- a) Tentukan turunan fungsi  $Q = 120 - 4P$  terhadap  $P$  yaitu  $\frac{dQ}{dP} = -4$
- b) Tentukan nilai absolut

Sebelumnya cari nilai  $Q$  : jika  $P = 20$ , maka  $Q = 40$

$$|E_{hd}| = \left| \frac{dQ}{dP} \cdot \frac{P}{Q} \right|$$

$$\begin{aligned}
 &= \left| -4 \cdot \frac{20}{40} \right| \\
 &= \left| -2 \right| \\
 &= 2
 \end{aligned}$$

c) Kategorikan jenis elastisitasnya

Karena  $|E_{hd}| > 1$ , maka permintaan elastis terhadap harga

### Contoh 2 :

Jika fungsi permintaan  $Q = \frac{9}{P^4}$ , tentukan elastisitas permintaannya

Jawab

a) Tentukan turunan fungsinya

$$Q = \frac{9}{P^4} = 9P^{-4}$$

$$\frac{dQ}{dP} = -36P^{-5}$$

b) Tentukan nilai absolut elastisitas permintaan

$$|E_{hd}| = \left| \frac{dQ}{dP} \cdot \frac{P}{Q} \right|$$

$$|E_{hd}| = \left| -36P^{-5} \cdot \frac{P}{9P^{-4}} \right|$$

$$= \left| \frac{-36P^{-4}}{9P^{-4}} \right|$$

$$= \left| -4 \right|$$

$$= 4$$

c) Kategorikan jenis elastisitasnya

Karena  $|E_{hd}| > 1$ , maka permintaan elastis terhadap harga

## 2) Jika diketahui gambar kurvanya

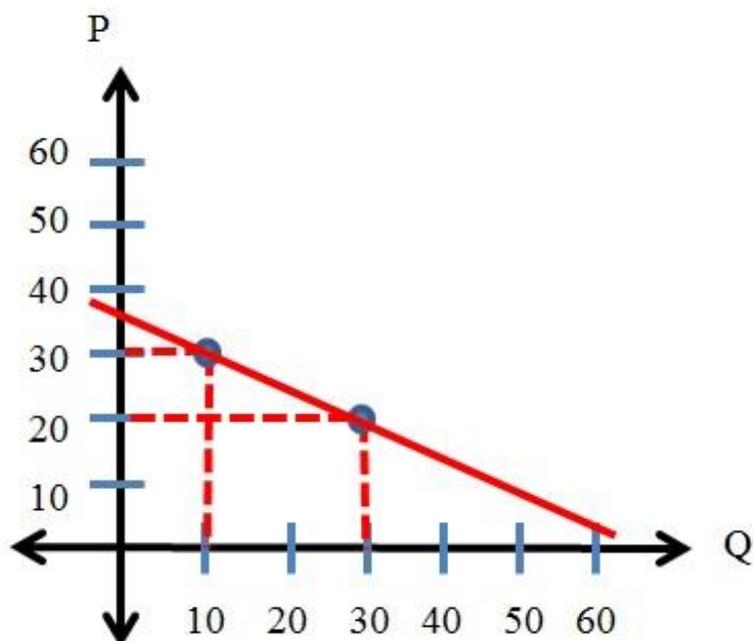
Berikut ini langkahnya :

a) Tentukan  $\Delta Q$  dan  $\Delta P$

b) Tentukan nilai absolut elastisitas permintaan

c) Kategorikan jenis elastisitasnya

**Contoh :**



Tentukan nilai elastisitas dan jenis elastisitasnya

Jawab

a) Tentukan  $\Delta Q$  dan  $\Delta P$

Misal :

$$Q_1 = 10, P_1 = 30$$

$$Q_2 = 30, P_2 = 20$$

Maka :

$$\begin{aligned} \Delta Q &= Q_2 - Q_1 \\ &= 30 - 10 = 20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta P &= P_2 - P_1 \\ &= 20 - 30 = -10 \end{aligned}$$

b) Tentukan nilai absolut elastisitas permintaan

$$\begin{aligned} |E_{hd}| &= \left| \frac{\Delta Q}{\Delta P} \cdot \frac{P}{Q} \right| \\ &= \left| \frac{20}{-10} \cdot \frac{30}{10} \right| \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= | -2 \cdot 3 | \\
 &= | -6 | \\
 &= 6
 \end{aligned}$$

c) Kategorikan jenis elastisitasnya

Karena  $| E_{hd} | > 1$ , maka permintaan elastis terhadap harga

## 2. ELASTISITAS PENAWARAN

### a. Konsep Elastisitas Penawaran

Elastisitas penawaran adalah perubahan persentase jumlah produk yang ditawarkan karena perubahan persentase harga produk yang ditawarkan. Elastisitas harga penawaran dilambangkan dengan  $E_{hs}$ . Berikut ini rumus Elastisitas harga permintaan :

1) Jika fungsi permintaan  $Q_d = f(P)$ , maka elastisitas harga permintaannya :

$$E_{hs} = \frac{\Delta Q}{\Delta P} \cdot \frac{P}{Q}$$

Atau

$$E_{hs} = \frac{dQ}{dP} \cdot \frac{P}{Q}$$

2) Jika fungsi permintaan  $P_d = f(Q)$ , maka elastisitas harga permintaannya :

$$E_{hs} = \frac{\Delta P}{\Delta Q} \cdot \frac{Q}{P}$$

atau

$$E_{hs} = \frac{dP}{dQ} \cdot \frac{Q}{P}$$

### b. Jenis-Jenis Elastisitas Permintaan

Nilai absolut elastisitas harga yaitu  $0 \leq E_{hs} \leq \infty$ . Dari nilai absolut tsb dapat dikategorikan macam elastisitas permintaan sebagai berikut :

- 1) Jika  $|E_{hs}| < 1$ , maka penawaran inelastis terhadap harga
- 2) Jika  $|E_{hs}| = 1$ , maka penawaran unitary terhadap harga
- 3) Jika  $|E_{hs}| > 1$ , maka penawaran elastis terhadap harga
- 4) Jika  $|E_{hs}| = 0$ , maka penawaran inelastis sempurna terhadap harga
- 5) Jika  $|E_{hs}| = \infty$ , maka penawaran elastis sempurna terhadap harga

### c. Cara menentukan Elastisitas Harga

#### 1) Jika diketahui fungsi penawarannya

Berikut ini langkahnya :

- a) Tentukan turunan fungsinya
- b) Tentukan nilai absolut elastisitas penawaran
- c) Kategorikan jenis elastisitasnya

#### Contoh 1 :

Jika fungsi penawaran  $Q_s = - 20 + 2P$ , tentukan elastisitas penawarannya jika harga  $P = 20$

Jawab

- a) Tentukan turunan fungsinya

$$Q_s = - 20 + 2P$$

$$\frac{dQ}{dP} = 2$$

- b) Tentukan nilai absolut elastisitas penawaran

Sebelumnya dicari nilai Q, jika harga  $P = 20$  maka

$$Q_s = - 20 + 2P$$

$$Q_s = - 20 + 2 \cdot 20$$

$$Q_s = - 20 + 40$$

$$Q = 20$$

Tentukan nilai absolut elastisitas penawaran

$$|E_{hs}| = \left| \frac{dQ}{dP} \cdot \frac{P}{Q} \right|$$

$$|E_{hs}| = \left| 2 \cdot \frac{20}{20} \right|$$

$$|E_{hs}| = |2 \cdot 1|$$

$$|E_{hs}| = |2|$$

c) Kategorikan jenis elastisitasnya

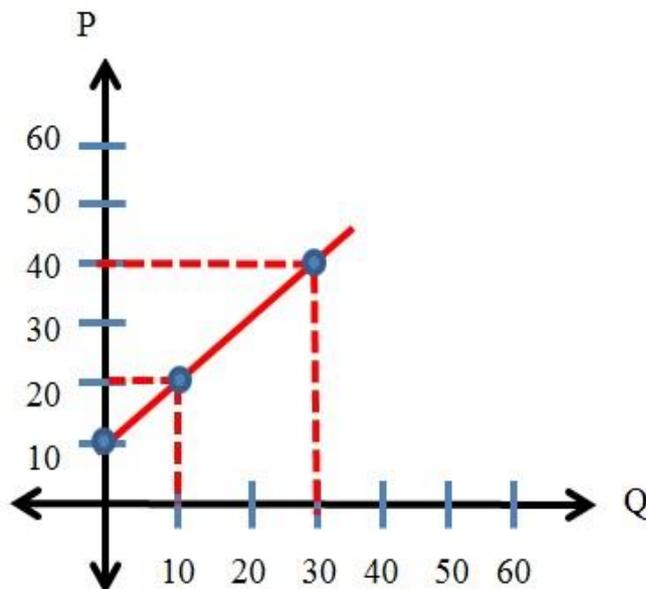
Karena  $|E_{hs}| > 1$ , maka penawaran elastis terhadap harga

## 2) Jika diketahui gambar kurvanya

Berikut ini langkahnya :

- Tentukan  $\Delta Q$  dan  $\Delta P$
- Tentukan nilai absolut elastisitas penawaran
- Kategorikan jenis elastisitasnya

**Contoh :**



Tentukan nilai elastisitas dan jenis elastisitasnya

Jawab

- Tentukan  $\Delta Q$  dan  $\Delta P$

Misal :

$$Q_1 = 10, P_1 = 20$$

$$Q_2 = 30, P_2 = 40$$

Maka :

$$\begin{aligned}\Delta Q &= Q_2 - Q_1 \\ &= 30 - 10 = 20\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta P &= P_2 - P_1 \\ &= 40 - 20 = 20\end{aligned}$$

b) Tentukan nilai absolut elastisitas permintaan

$$\begin{aligned}|E_{hs}| &= \left| \frac{\Delta Q}{\Delta P} \cdot \frac{P}{Q} \right| \\ &= \left| \frac{20}{20} \cdot \frac{20}{10} \right| \\ &= |1 \cdot 2| \\ &= |2| \\ &= 2\end{aligned}$$

c) Kategorikan jenis elastisitasnya

Karena  $|E_{hs}| > 1$ , maka penawaran elastis terhadap harga

### **C.LATIHAN**

**Jawablah pertanyaan di bawah ini dengan uraian yang tepat !**

1. Tentukan nilai elastisitas dan jenis elastisitasnya dari persamaan berikut ini

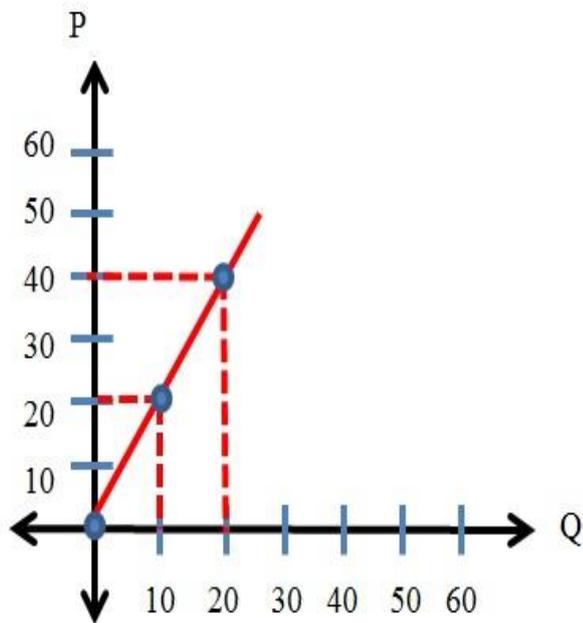
a.  $P_d = 50 - 2Q$

b.  $P_s = 5Q + 200$

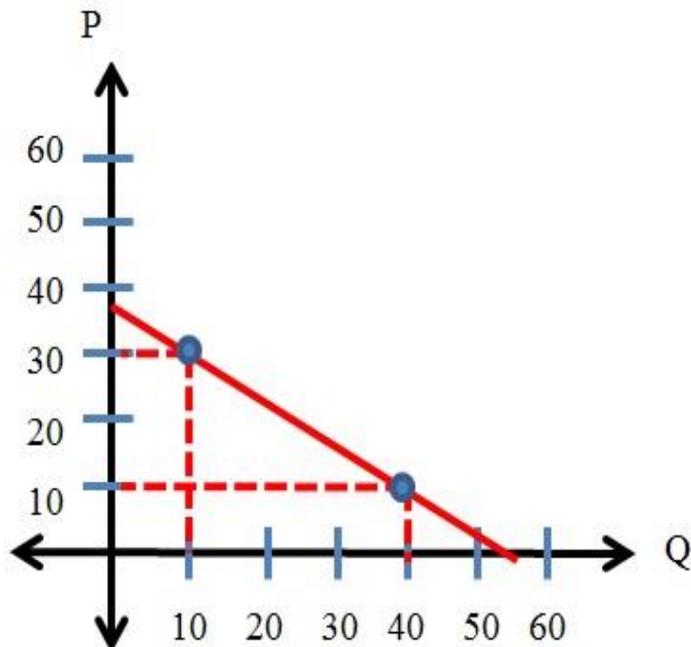
c.  $Q_d = 30 - 3P$

2. Tentukan nilai elastisitas dan jenis elastisitasnya dari gambar kurva berikut ini

a. Gambar kurva pertama



b. Gambar kurva kedua



#### **D.DAFTAR PUSTAKA**

Hidayat, Wahyu. 2012. *Matematika Ekonomi*. Jakarta : Universitas Terbuka

Kalangi, Bintang, Josep. 2015. *Matematika Ekonomi dan Bisnis*. Jakarta :

Salemba Empat

Sunyoto, Danang. 2009. *Dasar-Dasar Matematika Ekonomi Terapan*. Jakarta  
: Total Media

## GLOSARIUM

- Himpunan : sekumpulan objek yang mempunyai definisi yang jelas
- Irisan : menentukan anggota yang sama dari dua himpunan atau lebih
- Union : gabungan anggota himpunan dari dua himpunan atau lebih
- Komplemen : anggota semesta tapi bukan anggota yang dikomplemenkan
- Selisih : anggota yang berada pada himpunan awal dan tidak ada di himpunan yang kedua
- Bilangan rasional : bilangan real yang dapat dibentuk menjadi  $a/b$
- Bilangan Irrasional : bilangan real yang tidak dapat dibentuk menjadi  $a/b$
- Bilangan prima : bilangan yang mempunyai dua faktor
- Interval : himpunan bilangan real yang memenuhi pertidaksamaan tertentu.
- Fungsi linier : fungsi yang mempunyai variabel dengan pangkat derajat satu.
- Gradien : kemiringan suatu garis linier
- Fungsi Permintaan : persamaan yang menunjukkan hubungan antara jumlah sesuatu barang yang diminta dan semua faktor-faktor yang mempengaruhinya
- Fungsi Penawaran : fungsi yang menunjukkan hubungan antara harga barang dengan jumlah barang yang ditawarkan produsen dengan variabel-variabel lain yang mempengaruhi dalam periode tertentu.
- Pajak : pungutan yang ditarik oleh pemerintah terhadap produsen.
- Subsidi : bantuan keuangan yang diberikan oleh pemerintah terhadap produsen.
- Deret Aritmatika : deret hitung dengan adanya pembeda setiap suku yang berurutan
- Deret Geometri : deret ukur dengan adanya rasio setiap suku yang berurutan
- Bunga majemuk : perhitungan bunga berdasarkan modal awal yang sudah ditambahkan dengan bunga
- Titik puncak : titik yang menjadi titik maksimum atau minimum dengan menggunakan perumusan tertentu
- Kurva gompertz : merupakan kurva yang menggambarkan aspek pertumbuhan manusia.
- Fungsi invers : fungsi kebalikan, jadi turunan fungsi invers merupakan turunan dari fungsi-fungsi kebalikannya tersebut

Fungsi komposisi : gabungan dua fungsi atau lebih, jadi fungsi turunan  
komposisi merupakan gabungan dua fungsi yang telah terdiferensial

## DAFTAR PUSTAKA

- Bartle, G.R. 2000. *Introduction to Riil Analysis. 3th* . New. York : John Wiley and Sons.
- Djohan, Warsoma, dan Wono Setya Budhi. 2007. *Dikdat Kalkulus 1*. Bandung : Institut Teknologi Bandung
- Heri, Robertus. 2009. *Buku Ajar Kalkulus 1*. Semarang : Universitas Diponegoro
- Hidayat, Wahyu. 2012. *Matematika Ekonomi*. Jakarta : Universitas Terbuka
- Kalangi, Bintang, Josep. 2015. *Matematika Ekonomi dan Bisnis*. Jakarta : Salemba Empat
- Prayudi. 2006. *Kalkulus: Fungsi Satu Variabel*. Jogjakarta: Graha Ilmu
- Purcell, E.J, dan Dale Varberg. 2005. *Kalkulus dan Geometri Analitis Jilid 1*. Jakarta: Erlangga
- Jakarta: Erlangga
- Sunyoto, Danang. 2009. *Dasar-Dasar Matematika Ekonomi Terapan*. Jakarta : Total Media

## RENCANA PEMBELAJARAN SEMESTER (RPS)

<b>Program Studi</b>	: Pendidikan Ekonomi	<b>Mata Kuliah/Kode</b>	: Matematika Ekonomi/ PIE03315
<b>Prasyarat</b>	: .....	<b>SKS</b>	: 3 SKS
<b>Deskripsi Mata Kuliah</b>	: Mata kuliah ini merupakan bagian dari Mata Kuliah wajib prodi yang bersifat wajib ditempuh mahasiswa Program Studi S1 Pendidikan Ekonomi FKIP UNPAM. <b>Capaian pembelajaran</b> mata kuliah ini yaitu: Mahasiswa mampu memahami dan terampil dalam mengaplikasikan ilmu matematika dalam menyelesaikan masalah-masalah ekonomi melalui pembelajaran berbasis masalah. <b>Cakupan Materi</b> Matematika Ekonomi yaitu: 1) Himpunan, 2) Sistem Bilangan Riil dan Pertidaksamaan, 3) Fungsi Linier dan aplikasi dalam ekonomi seperti fungsi linier pada permintaan, penawaran, dan keseimbangan pasar, fungsi pajak dan subsidi, fungsi konsumsi dan tabungan, 4) Barisan dan Deret dan aplikasi dalam ekonomi seperti : bunga majemuk, 5) Fungsi Kuadrat dan aplikasi dalam ekonomi seperti: fungsi kuadrat permintaan dan penawaran, fungsi penerimaan total, 6) Fungsi Eksponen dan Logaritma serta aplikasi dalam ekonomi seperti : fungsi pertumbuhan, 7) Turunan dan aplikasi dalam ekonomi seperti elastisitas harga. <b>Tugas yang wajib dikerjakan</b> oleh mahasiswa yang sedang menempuh mata kuliah ini yaitu menganalisis dan menyelesaikan masalah-masalah ekonomi melalui matematika.	<b>Capaian Pembelajaran</b>	: Setelah mengikuti mata kuliah Matematika Ekonomi mahasiswa mampu memahami dan terampil dalam mengaplikasikan ilmu matematika dalam menyelesaikan masalah-masalah ekonomi melalui pembelajaran berbasis masalah.
<b>Penyusun</b>	: 1. Dameis Surya Anggara, S.Pd., M.Pd 2. Enggar Prasetyawan, S.Pd., M.Pd 3. Ubaid Al-Faruq, S.Pd., M.Pd		

PERTEMUAN KE-	KEMAMPUAN AKHIR YANG DIHARAPKAN	BAHAN KAJIAN (MATERI AJAR)	METODE PEMBELAJARAN	PENGALAMAN BELAJAR MAHASISWA	KRITERIA PENILAIAN	BOBOT NILAI
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
1	Mampu menjelaskan konsep himpunan, menjelaskan hubungan antar himpunan, dan menghitung operasi himpunan	Himpunan	Demonstrasi	Tugas 1	Kelengkapan Jawaban	4 %
2	Mampu menjelaskan himpunan bilangan Riil, menjelaskan sifat medan dan sifat urutan bilangan riil, menguraikan interval/ selang pada bilangan riil, serta menghitung himpunan penyelesaian pertidaksamaan	Sistem Bilangan Riil dan Pertidaksamaan	Demonstrasi dan Simulasi	Tugas 2	Kelengkapan Jawaban	4 %
3	Mampu menjelaskan konsep fungsi linier, menggambarkan grafik fungsi linier, menentukan persamaan fungsi linier, dan menjelaskan hubungan dua garis lurus	Fungsi Linier	Demonstrasi dan Simulasi	Tugas 3	Kelengkapan Jawaban	4 %
4	Mampu menjelaskan konsep fungsi linier pada permintaan, menggambar kurva fungsi linier pada permintaan, menentukan persamaan fungsi linier pada permintaan, menjelaskan konsep fungsi linier pada penawaran, menggambar kurva fungsi linier pada penawaran, menentukan persamaan fungsi linier pada penawaran, menghitung harga dan jumlah keseimbangan, dan menggambar kurva titik keseimbangan	Fungsi Linier pada Permintaan, Penawaran, dan Keseimbangan Pasar	Demonstrasi dan Simulasi	Tugas 4	Ketepatan Penghitungan	5 %
5	Mampu menjelaskan pengertian pajak, menentukan perubahan	Fungsi Linier Pada Pajak	Demonstrasi dan Simulasi	Tugas 5	Ketepatan Penghitungan	6 %

	persamaan fungsi penawaran setelah pajak, menghitung penerimaan pemerintah dari pajak, menghitung beban pajak yang ditanggung konsumen, menghitung beban pajak yang ditanggung produsen, serta menggambar kurva keseimbangan pasar sebelum dan sesudah pajak					
6	Mampu menjelaskan pengertian subsidi, menentukan perubahan persamaan fungsi penawaran setelah subsidi, menghitung beban subsidi yang ditanggung pemerintah, menghitung subsidi yang diterima konsumen, menghitung subsidi yang diterima produsen, serta menggambar kurva keseimbangan pasar sebelum dan sesudah subsidi	Fungsi Linier Pada Subsidi	Demonstrasi dan Simulasi	Tugas 6	Ketepatan Penghitungan	5 %
7	Mampu menjelaskan hakikat fungsi konsumsi, menentukan persamaan fungsi konsumsi, menggambar kurva fungsi konsumsi, menjelaskan hakikat fungsi tabungan, menentukan persamaan fungsi tabungan, menggambar kurva fungsi tabungan, menjelaskan pengertian BEP, dan melukiskan kurva BEP	Fungsi Linier pada Konsumsi dan Tabungan	Demonstrasi dan Simulasi	Tugas 7	Ketepatan Penghitungan	6 %
8	Mampu menjelaskan definisi barisan, menjelaskan konsep barisan aritmatika, menjelaskan konsep barisan geometri, serta menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan barisan aritmatika dan barisan geometri	Barisan	Demonstrasi dan Simulasi	Tugas 8	Ketepatan Penghitungan	7 %

9	Mampu menjelaskan pengertian deret, menghitung deret aritmatika, menghitung deret geometri, dan menuliskan notasi sigma deret geometri	Deret	Demonstrasi dan Simulasi	Tugas 9	Ketepatan Penghitungan	6 %
<b>UTS</b>						
10	Mampu menjelaskan pengertian bunga majemuk, menemukan rumus bunga majemuk, dan menyelesaikan masalah tentang bunga majemuk	Bunga Majemuk	Demonstrasi dan Simulasi	Tugas 10	Ketepatan Penghitungan	7 %
11	Mampu menjelaskan konsep fungsi non linier, menjelaskan konsep fungsi kuadrat, dan menyajikan macam - macam kurva parabola, dan menggambar kurva parabola	Fungsi Kuadrat	Demonstrasi dan Simulasi	Tugas 11	Ketepatan Penghitungan	5 %
12	Mampu menjelaskan konsep fungsi kuadrat pada permintaan, menyajikan gambar kurva fungsi kuadrat pada permintaan, dan menggambarkan kurva fungsi kuadrat pada permintaan	Fungsi Kuadrat pada Permintaan	Demonstrasi dan Simulasi	Tugas 12	Ketepatan Penghitungan	6 %
13	Mampu menyajikan bentuk umum fungsi kuadrat pada penawaran, menyajikan bentuk kurva fungsi kuadrat pada penawaran, dan melukis kurva fungsi kuadrat pada penawaran	Fungsi Kuadrat pada Penawaran	Demonstrasi dan Simulasi	Tugas 13	Ketepatan Penghitungan	7 %
14	Mampu menjelaskan konsep penerimaan total, menghitung penerimaan total maksimum, dan menggambar kurva penerimaan total	Penerimaan Total	Demonstrasi dan Simulasi	Tugas 14	Ketepatan Penghitungan	6 %
15	Mampu menyebutkan jenis-jenis fungsi eksponen, menggambarkan	Fungsi Eksponen dan Logaritma	Demonstrasi dan Simulasi	Tugas 15	Ketepatan Penghitungan	6 %

	kurva fungsi eksponen, menyebutkan jenis-jenis fungsi logaritma, menjelaskan aturan-aturan logaritma, dan menggambarkan kurva fungsi logaritma					
16	Mampu menggambarkan kurva gompertz, menghitung pertumbuhan manusia berdasarkan kurva gompertz, menggambarkan kurva belajar, dan menghitung perilaku produksi dan perilaku biaya	Fungsi Pertumbuhan	Demonstrasi dan Simulasi	Tugas 16	Ketepatan Penghitungan	6 %
17	Mampu menjelaskan pengertian turunan fungsi, menjelaskan sifat-sifat turunan fungsi, menyebutkan jenis-jenis turunan fungsi, dan menghitung turunan fungsi	Turunan Fungsi	Demonstrasi dan Simulasi	Tugas 17	Ketepatan Penghitungan	7 %
18	Mampu menjelaskan konsep elastisitas permintaan, menjelaskan jenis – jenis elastisitas permintaan, menghitung elastisitas permintaan, menjelaskan konsep elastisitas penawaran, menjelaskan jenis – jenis elastisitas penawaran, dan menghitung elastisitas penawaran	Elastisitas Permintaan dan Penawaran	Demonstrasi dan Simulasi	Tugas 18	Ketepatan Penghitungan	7 %

**UAS**

**Referensi/Sumber :**

1. Bartle, G.R. 2000. *Introduction to Riil Analysis. 3th* . New. York : John Wiley and Sons.
2. Djohan, Warsoma, dan Wono Setya Budhi. 2007. *Dikdat Kalkulus 1*. Bandung : Institut Teknologi Bandung
3. Heri, Robertus. 2009. *Buku Ajar Kalkulus 1*. Semarang : Universitas Diponegoro
4. Hidayat, Wahyu. 2012. *Matematika Ekonomi*. Jakarta : Universitas Terbuka
5. Kalangi, Bintang, Josep. 2015. *Matematika Ekonomi dan Bisnis*. Jakarta : Salemba Empat
6. Prayudi. 2006. *Kalkulus: Fungsi Satu Variabel*. Jogjakarta: Graha Ilmu

7. Purcell, E.J, dan Dale Varberg. 2005. *Kalkulus dan Geometri Analitis Jilid 1*. Jakarta: Erlangga
8. Sunyoto, Danang. 2009. *Dasar-Dasar Matematika Ekonomi Terapan*. Jakarta : Total Media

Ketua Program Studi  
Pendidikan Ekonomi

Dr.H. Amin K Elfachmi, S.Pd., S.E.,M.M.  
NIDN. 0410107409

Tangerang Selatan, 14 Juni 2017  
Ketua Team Teaching  
Mata Kuliah Matematika Ekonomi

Dameis Surya Anggara, S.Pd., M.Pd  
NIDN. 0414059101